Pendule simple

1. Il faut que la relation soit homogène :

notation T pour la période

$$[T] = [\alpha]\,[\ell]^a\,[m]^b\,[g]^c$$

dimension T

$$T = 1 \cdot L^a \cdot M^b \cdot (L.T^{-2})^c$$

$$T = L^a \cdot M^b \cdot L^c \cdot T^{-2c}$$

$$\underbrace{M^0}_{=1} \cdot \underbrace{L^0}_{=1} \cdot T^1 = M^b \cdot L^{a+c} \cdot T^{-2c}$$

Par identification :

$$\begin{cases} b = 0 \\ -2c = 1 \\ a + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ c = -\frac{1}{2} \\ a = -c = \frac{1}{2} \end{cases}$$

D'où $\quad T = \alpha\, \ell^{1/2}\, m^0\, g^{-1/2}$

$$= \alpha \sqrt{\ell} \cdot 1 \cdot \frac{1}{\sqrt{g}}$$

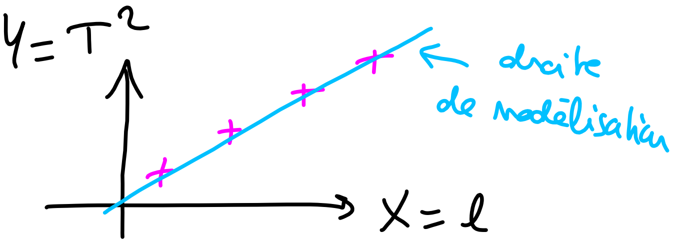
$$\boxed{T = \alpha \sqrt{\frac{\ell}{g}}}$$

2. On a : $\boxed{T^2 = k\ell}$

où $k = \dfrac{\alpha^2}{g}$ = constante

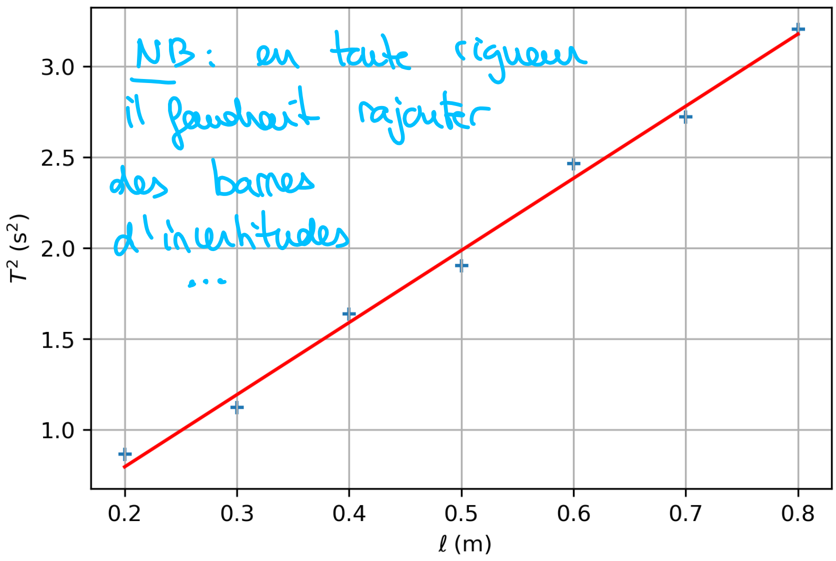
de la forme : $Y = A . X$ équation d'une droite sans ordonnée à l'origine

On peut alors représenter :



La modélisation graphique donne la valeur de la pente $A = \dfrac{\alpha^2}{g}$.

Par exemple, avec Python :



la pente A vaut

$A = 3,97 \ m^{-1} . s^2$

D'où $\alpha = \sqrt{gA}$

$= \sqrt{9,81 \times 3,97}$

$\boxed{\alpha = 6,24}$

La valeur théorique est $\boxed{\alpha = 2\pi = 6,28}$

Ce n'est donc pas si mal, mais il manque la prise en compte des incertitudes pour que ce soit concluant...