

Chapitre 3 : Régimes transitoires du 1er ordre

LE COURS

A Le condensateur

A.1	Constitution et relation courant-tension	1
A.2	Deux propriétés importantes	3
A.3	Aspects énergétiques	3

B Le circuit RC série

B.1	Charge et décharge du condensateur	4
B.2	Expérimentation	5
B.3	Aspects énergétiques	7

C La bobine

C.1	Constitution et relation courant-tension	7
C.2	Deux propriétés importantes	7
C.3	Aspects énergétiques	7

D Le circuit RL série

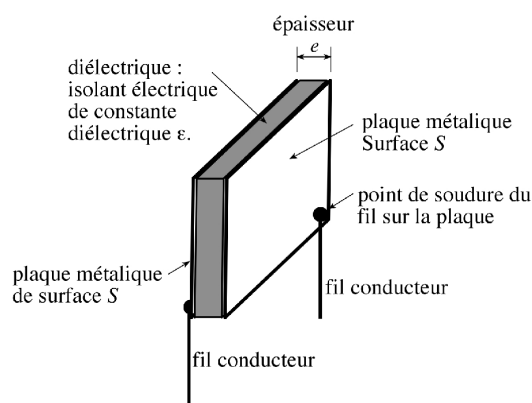
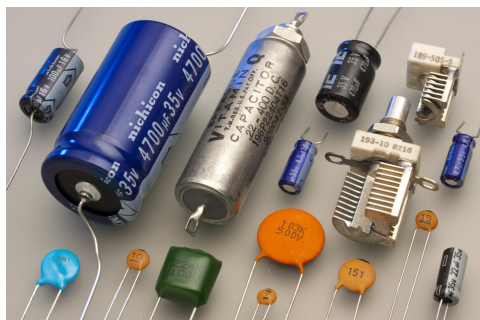
D.1	Établissement et extinction du courant	7
D.2	Expérimentation	8
D.3	Aspects énergétiques	8

A Le condensateur

A.1 Constitution et relation courant-tension

Il existe différentes sortes de condensateurs (voir photographie ci-dessous) mais le principe global reste le même. Les condensateurs sont des composants constitués :

- ❑ de deux conducteurs se faisant face, appelée **armatures** et constituant les bornes du dipôle,
- ❑ d'un **matériau isolant** (diélectrique) entre les deux armatures.





Relation constitutive du condensateur idéal

Lorsque le condensateur est soumis à une tension u , le condensateur accumule au niveau de ses armatures des charges électriques de signe opposé, q et $-q$. Il pourra être démontré en 2ème année qu'il y a proportionnalité en u et q :

$$q = Cu$$

Le facteur de proportionnalité est la **capacité** C , constante positive caractérisant le condensateur et s'exprimant en farad F (unité SI).

(R) On rappelle que l'unité SI d'une charge est le coulomb C. Ne pas confondre avec la notation C d'une capacité ! ...



ATTENTION à l'orientation de la tension u , la flèche la symbolisant devant être orientée vers l'armature de charge q .

L'ordre de grandeur de la capacité d'un condensateur dépend de l'usage qu'on en fait :

Domaine	Capacité typique	Exemples d'applications
RF/Haute fréquence	1 pF à 10 nF	Oscillateurs, antennes, couplage RF
Numérique	10 pF à 100 μ F	Découplage, mémoire DRAM, temporisation
Audio	100 nF à 10 μ F	Couplage, filtrage
Alimentation	1 μ F à 10 000 μ F	Lissage, stockage, correction de facteur de puissance,
Puissance/Industrie	10 μ F à 100 000 μ F	Correction de facteur de puissance, démarrage de moteurs
Stockage d'énergie	1 F à 10 000 F	Supercondensateurs, module tampon

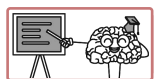
Relation courant-tension du condensateur idéal

En convention **récepteur** :

$$i = C \frac{du}{dt}$$

(R) En passant à la convention **générateur**, cela revient à renverser l'orientation de u et donc à changer u en $-u$ dans la relation précédente.

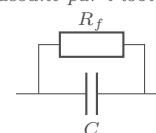
$$i = -C \frac{du}{dt}$$



DÉMONSTRATION N°1

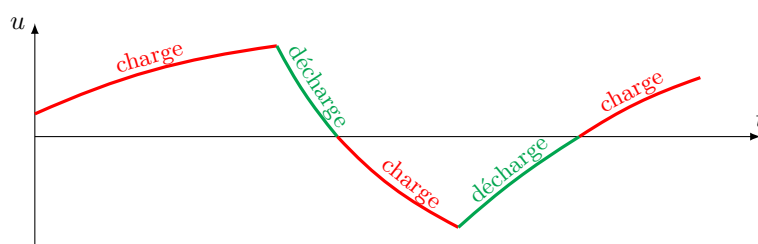
(R) Pourquoi parler de « condensateur **idéal** » ? Le caractère idéal provient notamment du fait que le matériau diélectrique isolant est **parfaitement** isolant : aucune charge ne peut être transférée directement d'une armature à l'autre en passant par l'isolant.

En pratique, c'est pas tout à fait le cas. Un modèle plus représentatif du condensateur réel consisterait alors à tenir compte d'une résistance de fuite R_f de valeur très importante (de l'ordre du mégohm jusqu'à la centaine de mégohm) et connectée en parallèle d'un condensateur idéal afin de rendre compte de ces « fuites » de charge d'une armature à l'autre à travers l'isolant.



► Charge ou décharge ?

Un condensateur se charge lorsque $|q|$ et donc $|u|$ augmentent. Dans le cas contraire, on parlera de décharge. Plus simplement, mais formulé moins rigoureusement, si u « s'éloigne » de 0 V, le condensateur se charge, et il se décharge si u « se rapproche » de 0 V. Voir ci-contre.



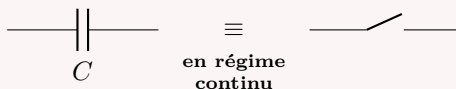
(R) Erreur souvent commise : « u diminue donc le condensateur se décharge ». Non ! ... Enfin ... Cela dépend si u est positif ou négatif, voir tracé ci-dessus ...

A.2 Deux propriétés importantes

a. Comportement en régime continu

En régime continu, les tensions et les intensités dans le circuit étudié ne dépendent pas du temps, par définition. Ainsi, avec $u(t) = \text{constante}$, la relation courant-tension du condensateur donne $i(t) = 0$.

En régime continu, un condensateur idéal se comporte comme un interrupteur ouvert :



Cette propriété sera donc exploitée pour étudier en régime continu un circuit incluant un ou plusieurs condensateurs.

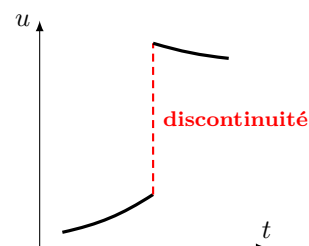


ACTIVITÉ N°1 - Exemple 1

b. Continuité de la tension

La tension $u(t)$ aux bornes d'un condensateur idéal est nécessairement une fonction continue du temps.

En effet, en raisonnant par l'absurde, si la tension u d'un condensateur pouvait présenter des discontinuités (illustration graphique ci-contre), alors la dérivée de u perçue comme étant le coefficient directeur de la tangente locale à la courbe de $u(t)$ tendrait vers $\pm\infty$. Or i est proportionnel à $\frac{du}{dt}$. Ainsi, l'intensité i tendrait à devenir infinie, ce qui est impossible physiquement : cela supposerait des déplacements de charges infiniment rapides, et donc des électrons mobiles dont la vitesse dépasserait la limite physique de la vitesse de la lumière dans le vide (ce qui est interdit par la théorie de la relativité d'Einstein et qui n'a jamais été mis en défaut, même dans les accélérateurs de particules les plus performants).



(R) On peut préférer une autre approche satisfaisant la rigueur mathématique qui amènerait plutôt à dire que $u(t)$ ne serait pas dérivable à l'instant de la discontinuité de toute façon. Il serait donc impossible de définir l'intensité à cet instant. Or, si il y a variation de $u(t)$ avec ou sans discontinuité, c'est qu'il y a variation de la charge portée par chaque armatures, et donc il existe nécessairement un transfert de charge pour cela, donc une intensité. Le paradoxe apparaît bien, mais cette approche ne se prête pas une interprétation physique de la nécessaire continuité de $u(t)$ comme explicitée ci-dessus ...

En pratique, cette propriété de continuité sera exploitée pour caractériser l'état initial d'un circuit avant bascule d'un interrupteur permettant une charge ou décharge d'un ou plusieurs condensateurs dans le circuit.



ACTIVITÉ N°2 - Exemple 1

A.3 Aspects énergétiques

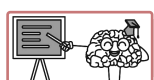
Puissance reçue et énergie stockée

La puissance $\mathcal{P}_r$ algébriquement reçue le condensateur idéal peut s'écrire sous la forme :

$$\mathcal{P}_r = \frac{dE_C}{dt} \quad , \quad \text{où} \quad E_C = \frac{1}{2}Cu^2 = \frac{q^2}{2C}$$

La quantité d'énergie W_r algébriquement reçue entre deux instants peut alors s'écrire : $W_r = \Delta E_C$

E_C représente l'énergie stockée, sous forme électrique, par le condensateur.



DÉMONSTRATION N°2

Fonctionnement récepteur	$\mathcal{P}_r > 0 \Leftrightarrow E_C$ augmente	Le condensateur stocke l'énergie et se charge.
Fonctionnement générateur	$\mathcal{P}_r < 0 \Leftrightarrow E_C$ diminue	Le condensateur déstocke de l'énergie et se décharge.

Pourquoi parle-t-on d'énergie stockée ? Tout d'abord E_C est homogène à une énergie. Par ailleurs, lorsque le condensateur ne stocke pas de charge (condensateur déchargé), alors $q = 0$, d'où $E_C = 0$. À l'inverse, lorsqu'il en stocke, $q \neq 0$, et ainsi $E_C > 0$. Cette analyse amène en soi à interpréter cette grandeur énergétique comme une énergie stockée.

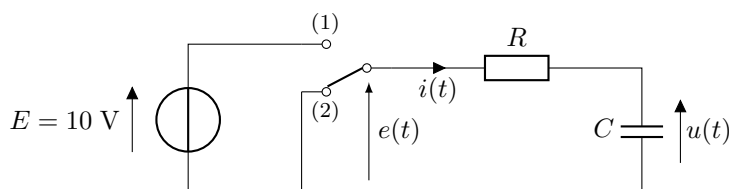
Une autre approche consisterait à effectuer une analogie avec l'argent : si je reçois un transfert d'argent T , quantité d'argent algébriquement reçue (quelqu'un m'a fait un virement $T = 10\text{€}$ par exemple), alors le solde $\mathcal{A}$ de mon compte en banque (l'argent que je **stocke**) passe de 100€ à 110€ . Mon argent stocké a donc varié de $\Delta\mathcal{A} = 110\text{€} - 100\text{€}$. Autrement dit, $T = \Delta\mathcal{A}$, analogue à $W_r = \Delta E_C$. Si on interprète cette analogie mathématique en mot, cela signifie que de la même manière que je peux faire varier mon argent stocké $\mathcal{A}$ par des virements T reçus, le condensateur peut faire varier E_C , son énergie stockée par analogie, à l'aide de transferts d'énergie W_r .

B Le circuit RC série

B.1 Charge et décharge du condensateur

a. Présentation de l'expérience

On s'intéresse à la charge et la décharge d'un condensateur par le biais du circuit ci-dessous :



La tension $e(t)$ peut donc valoir soit constamment E lorsque l'interrupteur est en position (1), soit constamment 0 en position (2).

Charge du condensateur On laisse l'interrupteur en position (2) suffisamment longtemps afin de décharger complètement le condensateur au cas où il aurait été préalablement chargé.

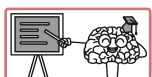
Puis, on bascule l'interrupteur en position (1) et on laisse le condensateur se charger. La tension $u(t)$ augmente alors jusqu'à ce qu'un nouveau régime continu finisse par être atteint. Le condensateur est complètement chargé, il ne peut plus stocker de charge et donc le courant s'annule.

Décharge du condensateur À la fin de la charge précédente, on bascule l'interrupteur en position (2). On observe alors une diminution de la tension $u(t)$ jusqu'à ce que celle-ci s'annule (condensateur déchargé). Le courant finit donc par s'annuler puisque le condensateur a complètement libéré les charges qu'il stockait.

b. Équations différentielles et solutions

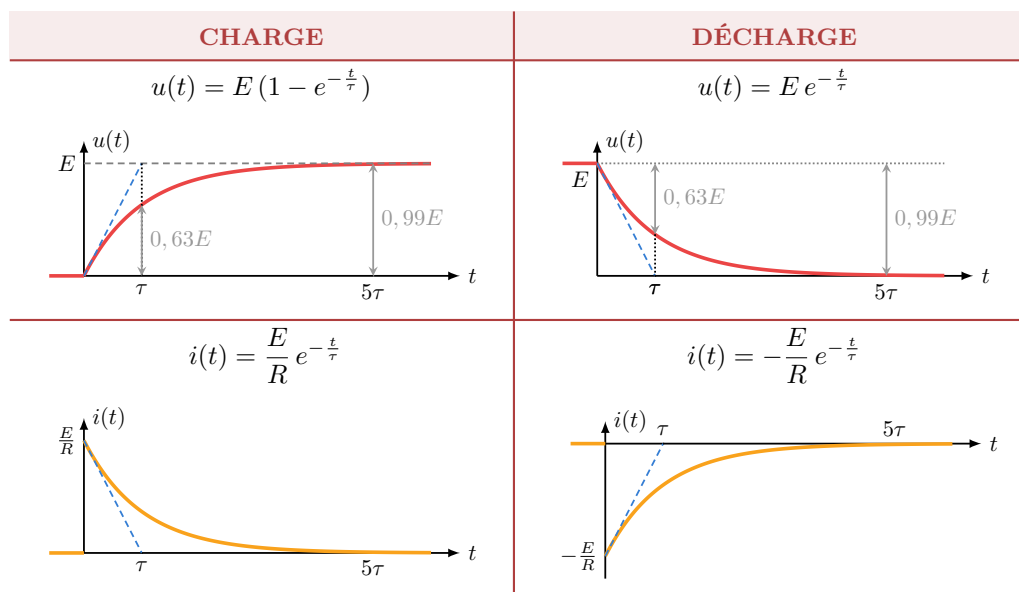
Dans chaque cas (charge ou décharge), l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ est obtenue en exploitant la loi des mailles, la relation courant-tension du condensateur et la loi d'Ohm. Les résultats de la résolution sont recensés dans le tableau ci-dessous. L'évolution temporelle du circuit est ainsi caractérisée par la constante de temps $\tau = RC$.

	CHARGE	DÉCHARGE
État initial	$u = 0$	$u = E$
État final	$u = E$	$u = 0$
Équation différentielle	$\tau \dot{u} + u = E$, où $\tau = RC$	$\tau \dot{u} + u = 0$
Solution	$u(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$	$u(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}}$
Tracé graphique		



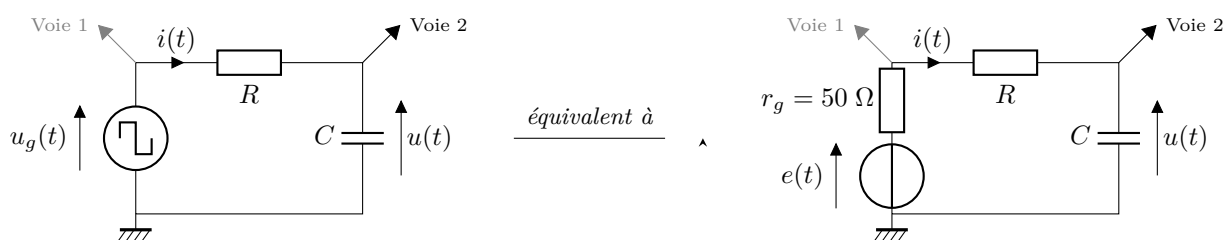
DÉMONSTRATION N°3

Il est possible d'en déduire l'évolution de l'intensité à l'aide de la relation courant-tension du condensateur $i = C \frac{du}{dt}$. Ainsi, au facteur C près, i représente le coefficient directeur de la tangente à la courbe de $u(t)$. En observant attentivement les tracés de $u(t)$, on pourrait donc déjà deviner l'évolution de $i(t)$ sans qu'il soit nécessaire de connaître l'expression de $i(t)$.

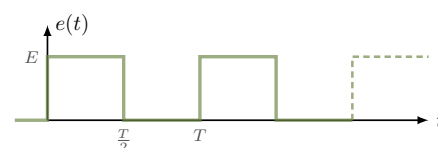


B.2 Expérimentation

Comment expérimenter à l'aide d'un générateur de fonction ? On peut simuler le comportement de l'interrupteur, notamment le fait que la tension $e(t)$ puisse basculer de 0 à E à l'aide du montage ci-dessous.



La fem $e(t)$ du générateur est alors réglée de forme rectangulaire évoluant entre 0 et E . La période T choisie dans la suite est de 10 ms.



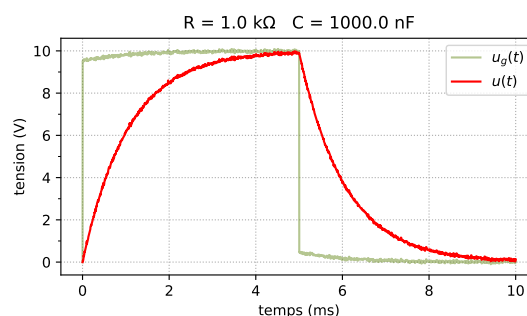
ATTENTION à ne pas confondre $u_g(t)$ et $e(t)$. En effet, $u_g(t) = e(t) - r_g i(t)$. Donc quand du courant existe, une tension apparaît aux bornes de la résistance interne r_g du générateur. Ainsi, dans les tracés expérimentaux qui suivront, il ne sera pas étonnant de voir l'allure de $u_g(t)$ différer de celle de $e(t)$ à cause du terme $-r_g i(t)$, sauf lorsque la résistance R est grande (*intensité d'autant plus faible*) ou bien à la fin d'un régime transitoire (*charge ou décharge terminée, donc plus de mouvement de charges et donc plus de courant*).

Évolution de la tension aux bornes du condensateur

Sur la voie 1 de l'oscilloscope est mesurée $u_g(t)$. Alors que la voie 2 permet de visualiser $u(t)$.

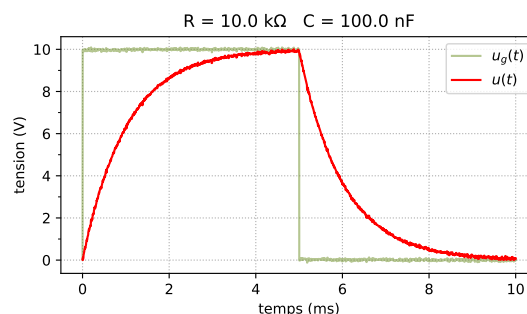
On peut estimer graphiquement le **temps caractéristique** $\tau = (R + r_g)C \simeq RC = 1,0 \text{ ms}$: lorsque le régime transitoire (*qu'il s'agisse d'une charge ou d'une décharge*) est accompli à 63%, alors la durée écoulée depuis le début du régime est égale à τ . Par exemple, pour passer de 0 V à 10 V lors de la charge, la durée τ est la durée nécessaire pour atteindre 6,3 V. Graphiquement, on retrouve bien $\tau \simeq 1 \text{ ms}$.

(R) On constate ici l'impact du terme $-r_g i(t)$ dans l'expression de la tension $u_g(t)$ ne permettant pas à celle-ci d'avoir exactement la même allure que $e(t)$, notamment au début de chaque régime transitoire lorsque l'intensité n'est pas nulle.

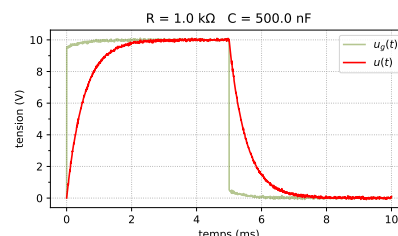
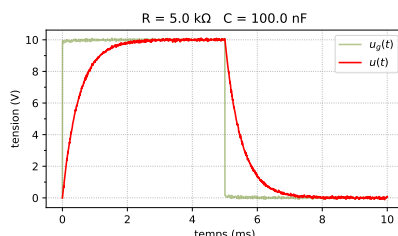
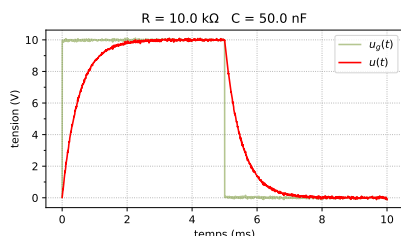


Avec les valeurs de composants $R = 10 \text{ k}\Omega$ et $C = 100 \text{ nF}$, on divise C par 10 mais on multiplie R par 10. Ainsi, le produit RC est inchangé. On s'attend donc à observer la même valeur de τ que précédemment, ce qui est bien le cas. Voir ci-contre.

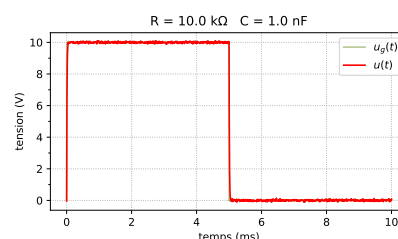
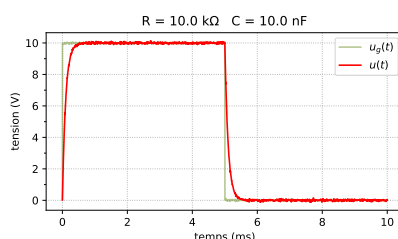
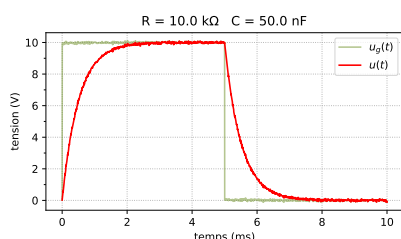
R L'effet du terme $-r_g i(t)$ dans l'expression de $u_g(t)$ semble ici nettement moins significatif. En effet, nous avons augmenté la valeur de la résistance totale du circuit, donc l'intensité est plus faible.



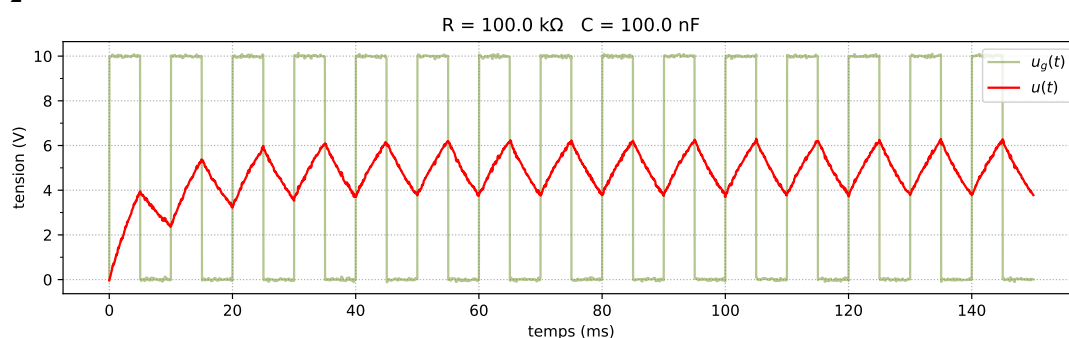
Si on veut diviser la valeur de τ par deux, on peut par exemple effectuer les choix de composants ci-dessous :



Cherchons maintenant à diminuer la valeur de τ . Plus la valeur de τ est petite, plus le régime transitoire est court. $u(t)$ tend alors à suivre la même évolution que $e(t)$. Ci-dessous, de gauche à droite, on passe de $\tau = 500 \mu\text{s}$ à $\tau = 10 \mu\text{s}$. Ainsi, la durée du régime transitoire n'est plus que de $5\tau = 50 \mu\text{s}$, soit 100 fois moins que la durée $\frac{T}{2}$ s'écoulant avant la prochaine bascule de $e(t)$:

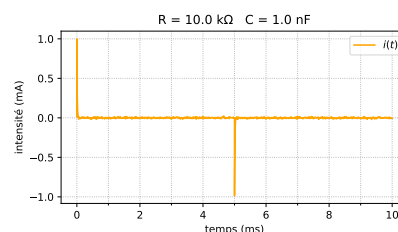
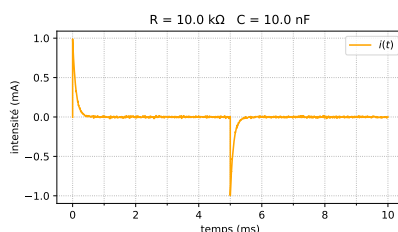
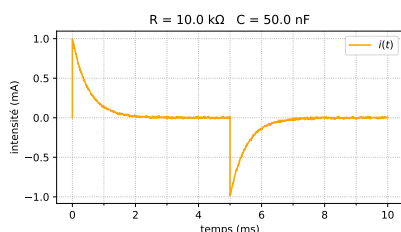


À l'inverse, si la durée du régime transitoire est plus grande que la durée $\frac{T}{2}$ avant la prochaine bascule, les charges et décharges ne pourront être complètes. On observe petit à petit l'apparition d'un signal triangulaire dans le tracé de $u(t)$. On parle alors de «triangularisation». On illustre expérimentalement ci-dessous dans le cas $5\tau = 50 \text{ ms}$, 10 fois supérieur à $\frac{T}{2} = 5 \text{ ms}$.



Évolution de l'intensité

À partir des acquisitions précédentes, l'intensité $i(t)$ peut s'obtenir soit en calculant $i(t) = C \frac{du}{dt}$ (relation courant-tension du condensateur en convention récepteur), soit en calculant $i(t) = \frac{u_g(t) - u(t)}{R}$ (obtenue grâce à la loi des mailles et la loi d'Ohm). Voici l'allure temporelle pour $\tau = 500 \mu\text{s}$ à $\tau = 10 \mu\text{s}$, allures conformes aux prédictions du modèle :

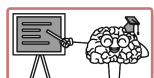




B.3 Aspects énergétiques

On peut établir les résultats suivants :

		CHARGE	DÉCHARGE
Quantité d'énergie reçue par le condensateur		$\Delta E_C = \frac{1}{2}CE^2$ Stockage donc fonctionnement récepteur	$\Delta E_C = -\frac{1}{2}CE^2$ Déstockage donc fonctionnement générateur
Quantité d'énergie reçue par le résistor et dissipée par effet Joule		$W_J = \frac{1}{2}CE^2$	$W_J = \frac{1}{2}CE^2$
Quantité d'énergie cédée par le générateur		CE^2	<i>pas de générateur</i>



DÉMONSTRATION N°4

- (R) Plusieurs remarques :
1. Il y a bien conservation de l'énergie : les quantités d'énergie cédées sont égales aux quantités d'énergies reçues.
 2. Le rendement d'une charge complète de condensateur (rapport de l'énergie reçue par le condensateur sur l'énergie cédée par le générateur) sera donc toujours de 50%, peu importe les valeurs de composants choisies.

C La bobine

C.1 Constitution et relation courant-tension

À VENIR



C.2 Deux propriétés importantes

a. Comportement en régime continu

À VENIR



b. Continuité de l'intensité

À VENIR



C.3 Aspects énergétiques

À VENIR



D Le circuit RL série

D.1 Établissement et extinction du courant



À VENIR

**D.2** Expérimentation

À VENIR

**D.3** Aspects énergétiques

À VENIR

