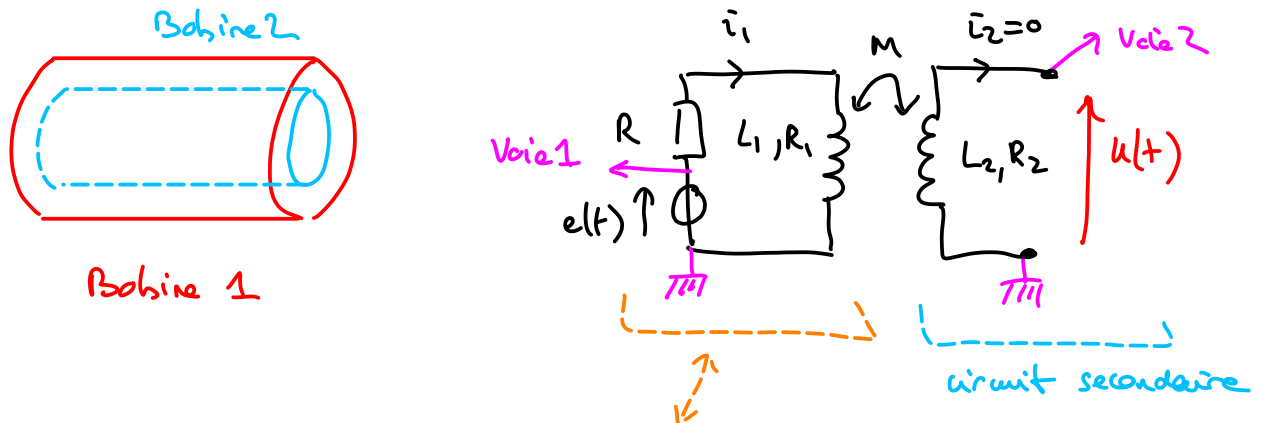
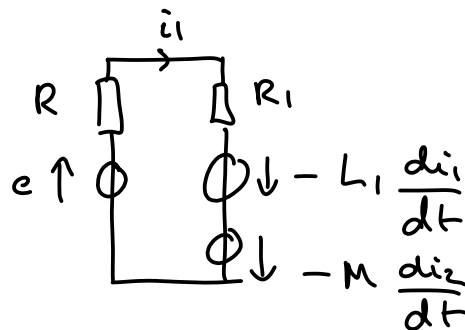


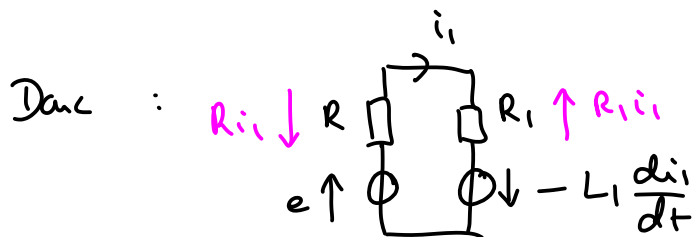
Mesure d'une inductance mutuelle



1. Circuit équivalent au circuit primaire :



Or $i_2(t) = \text{constante} (=0)$

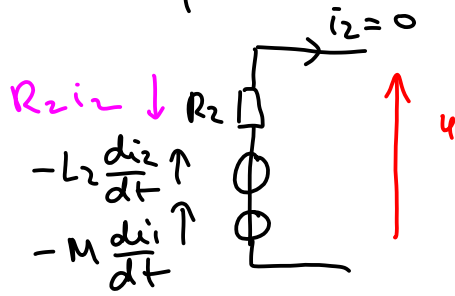


Ainsi, d'après la loi des mailles :

$$(R + R_1) i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - e = 0$$

$$\boxed{L_1 \frac{di_1}{dt} + (R + R_1) i_1 = e} \quad (1)$$

Circuit équivalent au circuit secondaire :



$$u = \underbrace{-R_2 i_2}_{=0 \text{ car } i_2=0} - \underbrace{L_2 \frac{di_2}{dt}}_{=0 \text{ car } i_2 = \text{constante}} - M \frac{di_1}{dt}$$

D'où
$$u = -M \frac{di_1}{dt} \quad (2)$$

2. Sur l'écran de l'oscilloscope, on peut lire une période $T = 3,9 \text{ ms} - 2,5 \text{ ms} = 1,4 \text{ ms}$

D'où $f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = 7,1 \cdot 10^2 \text{ Hz}$

(1) en RSF et avec les notations complexes :

$$(R + R_1) \underline{i_1} + j L_1 \omega \underline{i_1} = \underline{e}$$

$$(R + R_1 + j L_1 \omega) \underline{i_1} = \underline{e}$$

or
$$\begin{cases} R = 500 \Omega \\ R_1 = 1,1 \Omega \\ L_1 \omega = 2\pi f L_1 = 2,4 \Omega \end{cases}$$

Donc
$$\begin{cases} R \gg R_1 \\ R \gg L_1 \omega \end{cases} \quad \underline{\text{D'où}} : R + R_1 + j L_1 \omega \simeq R$$

Ainsi : $\underline{e} \simeq R \underline{i}$ (3)

3. De plus : (2) $\Rightarrow$ $\underline{u} = -jM\omega \underline{i}$ (4)

D'au (4) / (1) $\Rightarrow \frac{\underline{u}}{\underline{e}} = -j \frac{M}{R} \omega$

$$\Rightarrow \frac{\underline{U} e^{j\omega t}}{\underline{E} e^{j\omega t}} = -j \frac{M}{R} \omega$$

Ainsi $\frac{U}{E} = \frac{|\underline{U}|}{|\underline{E}|}$

$$= \left| -j \frac{M}{R} \omega \right|$$

$$= \frac{M}{R} 2\pi f$$

Notations choisies :

$$u(t) = U \cos(\omega t + \varphi)$$

$$e(t) = E \cos(\omega t + \varphi_e)$$

Donc $M = \frac{RU}{2\pi f E}$

Sur l'oscilloscope, on mesure :

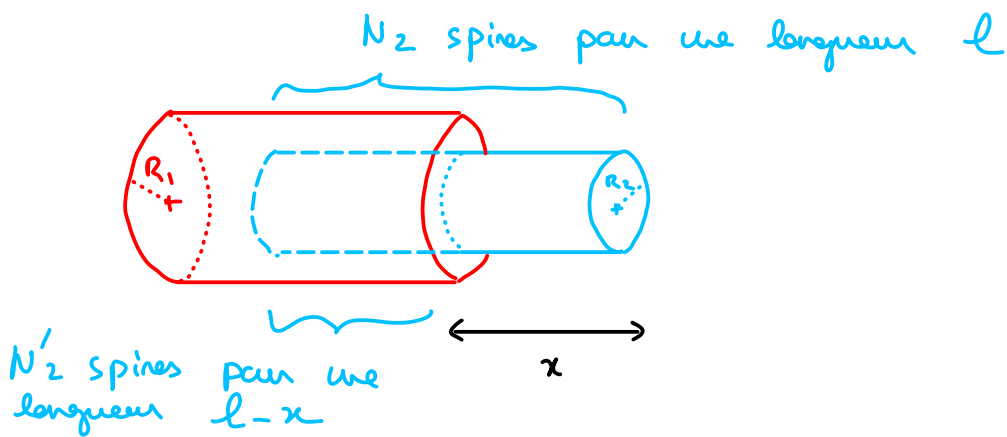
$$\begin{cases} U = 2,5 \times 40 \cdot 10^{-3} = 0,10V \\ E = 4,0 \times 2 = 8,0V \end{cases}$$

D'au $M = \frac{500 \times 0,10}{2\pi \times 7,1 \cdot 10^2 \times 8,0}$

$$M = 1,4 \cdot 10^{-3} H$$

$$= 1,4 \text{ mH}$$

4.



On a $\phi_{1 \rightarrow 2} = \int_{\text{Bobine 2}} \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}_2$

$$= \int_{\text{spire n°1}} \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}_2 + \int_{\text{spire n°2}} \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}_2 + \dots$$

N_2 termes puisqu'il y a N_2 spires

Puisque le champ $\vec{B}_1$ est nul à l'extérieur de la bobine 1, il suffit de ne considérer que les N'_2 premières spires insérées dans la bobine 1.

Chacunes de ces spires sont identiques et soumises au même champ magnétique uniforme :

$\vec{B}_1 = \mu_0 \frac{N_1}{l} i_1 \vec{u}_3$

D'autre : $\phi_{1 \rightarrow 2} = N'_2 \cdot \phi_{\vec{B}_1 \rightarrow 1 \text{ spire}}$

$$= N'_2 \vec{B}_1 \cdot \pi R_2^2 \vec{u}_3$$

$$= N'_2 \mu_0 \frac{N_1 \pi R_2^2}{l} i_1$$

$$= M_{12} \quad (\text{par identification avec } \phi_{1 \rightarrow 2} = M i_1)$$

Or $\frac{N'_2}{l-x} = \frac{N_2}{l}$ (par proportionnalité ...)

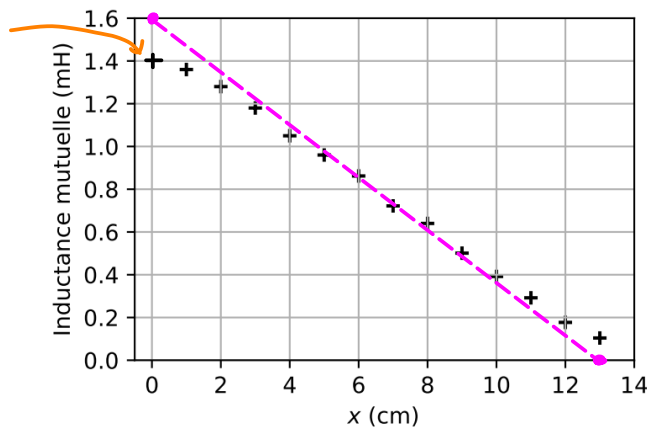
D'où $N'_2 = N_2 \frac{l-x}{l}$

Ainsi :

$$M_{th} = \mu_0 N_1 N_2 \pi R_2^2 \frac{l-x}{l^2} \Rightarrow \text{fonction affine de } x$$

5. On a $\begin{cases} M_{th}(x=0) = 1,6 \text{ mH} \\ M_{th}(x=l) = 0 \text{ mH} \end{cases}$, d'où le tracé de cette droite ci-dessous

point de mesure rajouté



--- Modèle
+ Expérience

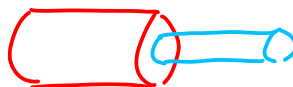
Le modèle théorique ne semble pas compatible avec l'expérience notamment lorsque :

□ x est proche de 0



car le champ aux bords de bobine 1 n'est pas rigoureusement le même qu'à l'intérieur.

□ x est proche de l

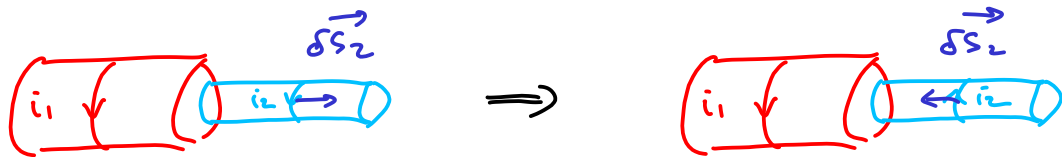


$M_{th}(x=l) = 0$ alors que $M_{exp} \neq 0$ car le champ n'est pas rigoureusement nul à l'extérieur

Dans les 2 cas, c'est donc l'hypothèse d'une bobine 1 infiniment longue qui est remise en cause.

Ceci dit, pour des valeurs de x intermédiaires, le modèle semble plutôt valide, mais il manque les barres d'incertitudes pour pouvoir en dire davantage...

6. Bobine 2 pivotée de 180°



Cela revient à "renverser" les vecteurs surfaces $\vec{dS}_2$.

Ainsi, les flux élémentaires $\vec{B} \cdot \vec{dS}_2$ changent de signe, donc $\phi_{1 \rightarrow 2} = M i_1$ aussi.

$\Rightarrow$ Donc M change de signe également (mais garde la même valeur absolue)