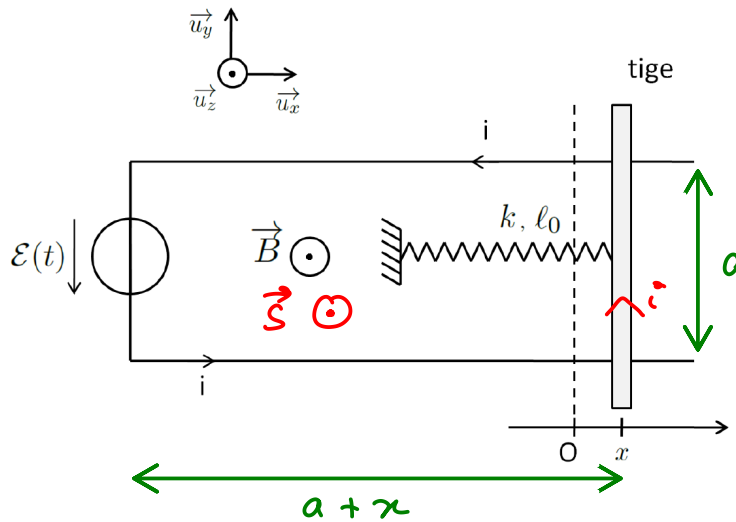


Modélisation d'un haut-parleur



1) Quels sont les flux magnétiques traversant le circuit ?

» Flux propre : $\Phi_p = L i$

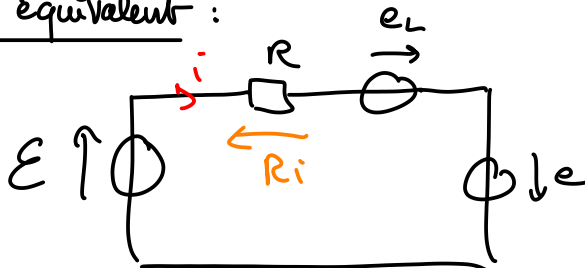
» Flux de $\vec{B}$: $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S}$ avec $\vec{S} = d(a+x)\vec{u}_z$
 $= B d(a+x)$

D'où les f.e.m. induites :

$$e_L = -L \frac{di}{dt} \quad \text{et} \quad e = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$e = -B d \dot{x}$$

Circuit équivalent :



D'après la loi des mailles :

$$\mathcal{E} - Ri + e_L + e = 0$$

$$\mathcal{E} + e = Ri + L \frac{di}{dt} \quad (1)$$

2] La 2^{ème} loi de Newton appliquée à la barre donne :

$$m\vec{a} = \vec{F}_{\text{laplace}} + \vec{F}_{\text{ressort}} - \lambda \vec{v} + \vec{F}_{\text{san}}$$

avec $\vec{F}_{\text{laplace}} = i \vec{d} \wedge \vec{B}$

$$= i d \vec{u}_y \wedge B \vec{u}_z$$

$$= i B d \vec{u}_x$$

$= -\alpha \vec{v}$

et $\vec{F}_{\text{ressort}} = -k(l-l_0) \vec{u}_x$

Par projection suivant $\vec{u}_x$:

$$m\ddot{x} = i B d - k(l-l_0) - (\lambda + \alpha) \dot{x} \quad (*)$$

À l'équilibre $\begin{cases} x(t) = x_{eq} = 0 \\ i(t) = 0 \\ l(t) = l_{eq} \end{cases}$ (Haut-parleur non-alimenté)

D'où $0 = 0 - k(l_{eq} - l_0) - 0$

$$l_{eq} = l_0$$

Or $x(t) = l(t) - l_{eq}$ par définition

Donc $x(t) = l(t) - l_0$

Finalement, (*) devient :

$$m\ddot{x} + (\lambda + \alpha)\dot{x} + kx = i B d \quad (2)$$

3] D'après le théorème de la puissance cinétique appliquée à la barre, en notant $\vec{v} = v\vec{u}_x$ ($\dot{x} = v$):

$$\begin{aligned}\frac{dE_c}{dt} &= \mathcal{P}(\vec{F}_{\text{labo}}) + \mathcal{P}(\vec{F}_{\text{magn}}) + \mathcal{P}(-d\vec{v}) + \mathcal{P}(-\alpha\vec{v}) \\ &= iBdv \cdot v\vec{u}_x - \frac{dE_p}{dt} - \lambda\vec{v} \cdot \vec{v} - \alpha\vec{v} \cdot \vec{v}\end{aligned}$$

$$\frac{dE_c}{dt} = iBdv - \frac{dE_p}{dt} - \lambda v^2 - \alpha v^2$$

où $E_p = \frac{1}{2} k(l-b)^2 = \frac{1}{2} kx^2$

Par ailleurs, effectuons $(1) \times i$:

$$\mathcal{E}i + ei = Ri^2 + Li \frac{di}{dt}$$

$$\mathcal{E}i - iBdv = Ri^2 + \frac{dE_L}{dt} \quad \text{où } E_L = \frac{1}{2} Li^2$$

Donc $iBdv = \mathcal{E}i - Ri^2 - \frac{dE_L}{dt}$

Injectons dans l'expression de $\frac{dE_c}{dt}$:

$$\frac{dE_c}{dt} = \mathcal{E}i - Ri^2 - \frac{dE_L}{dt} - \frac{dE_p}{dt} - \lambda v^2 - \alpha v^2$$

$$\Rightarrow \underbrace{\mathcal{E}i}_{\substack{\text{puissance} \\ \text{fournie} \\ \text{par} \\ \text{l'alimentation}}} = \underbrace{\frac{dE_c}{dt} + \frac{dE_p}{dt}}_{\substack{\text{Variation de} \\ E_m = E_c + E_p, \\ \text{énergie mécanique} \\ \text{de la barre}}} + \underbrace{\frac{dE_L}{dt}}_{\substack{\text{Variation} \\ \text{de l'énergie} \\ \text{magnétique} \\ \text{stockée par} \\ \text{le circuit}}} + \underbrace{\alpha v^2}_{\substack{\text{puissance} \\ \text{utile} \\ \text{(production} \\ \text{du son)}}} + \underbrace{\lambda v^2 + Ri^2}_{\substack{\text{pertes} \\ \text{(frottements} \\ \text{et effet Joule)}}$$

4] En régime sinusoïdal forcé et à l'aide des notations complexes, (1) devient :

$$\underline{\mathcal{E}} + \underline{\mathcal{E}} = R\underline{i} + jL\omega\underline{i} \quad \text{avec} \quad \underline{\mathcal{E}} = -Bd\dot{x} \\ = -j\omega Bd x$$

D'où $\underline{\mathcal{E}} = (R + jL\omega)\underline{i} + j\omega Bd x$

Quelle est l'expression de x en fonction de $\underline{i}$?

(2) donne :

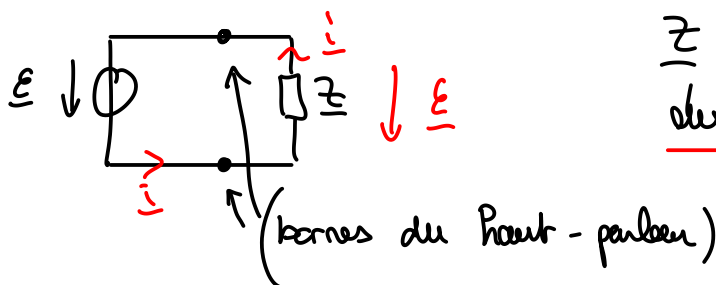
$$(j\omega)^2 m x + j(\lambda + \alpha)\omega x + kx = \underline{i} Bd$$

$$x = \frac{Bd}{(j\omega)^2 m + j\omega(\lambda + \alpha) + k} \underline{i}$$

D'où : $\underline{\mathcal{E}} = (R + jL\omega)\underline{i} + \frac{j\omega (Bd)^2}{(j\omega)^2 m + j\omega(\lambda + \alpha) + k} \underline{i}$

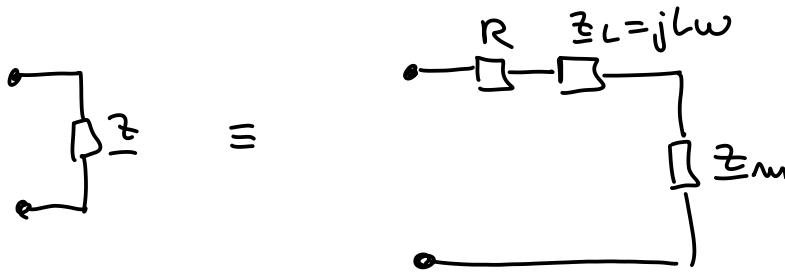
$$\underline{\mathcal{E}} = \underline{Z} \underline{i}$$

ou $\underline{Z} = R + jL\omega + \frac{j\omega (Bd)^2}{(j\omega)^2 m + j\omega(\lambda + \alpha) + k}$



$\underline{Z}$ représente l'impédance du point-pôle.

§ On peut interpréter l'expression de $\underline{Z}$ à l'aide d'association d'impédances :



ou

$$\begin{aligned} \frac{1}{\underline{Z}_m} = Y_m &= \frac{(j\omega)^2 m}{j\omega (Bd)^2} + \frac{j\omega (h + \alpha)}{j\omega (Bd)^2} + \frac{k}{j\omega (Bd)^2} \\ &= \frac{\lambda + \alpha}{(Bd)^2} + j\omega \frac{m}{(Bd)^2} + \frac{1}{j\omega \frac{(Bd)^2}{k}} \end{aligned}$$

On reconnaît bien une association en parallèle d'impédances, d'admittance équivalente :

$$Y_m = \frac{1}{R_m} + jC_m \omega + \frac{1}{jL_m \omega}$$

ou

$$\begin{cases} R_m = \frac{(Bd)^2}{\lambda + \alpha} \\ C_m = \frac{m}{(Bd)^2} \\ L_m = \frac{(Bd)^2}{k} \end{cases}$$

$\underline{Z}_m$ est l'impédance motionnelle du Haut-parleur car
 ("mouvement")
elle dépend de caractéristiques mécaniques de celui-ci.