

Chapitre 3 : Force de Laplace et conversion de puissance

Prérequis

- chapitres IFL1 IFL2
- chapitre M7

Mots-clés

force de Laplace, couple de Laplace, rails de Laplace, courants de Foucault

M. Faraday



PLAN DU COURS

A

Force de Laplace agissant sur un fil

- A.1** Force élémentaire de Laplace
- A.2** Résultante s'exerçant sur un fil rectiligne
- A.3** Expérience des rails de Laplace

B

Couple de Laplace agissant sur un moment magnétique

- B.1** Expression du couple
- B.2** Aspect énergétique
- B.3** Exemples

C

Conversion de puissance électrique → mécanique

- C.1** Cas des rails de Laplace
- C.2** Exemple : le moteur à entrefer plan

D

Conversion de puissance mécanique → électrique

- D.1** Cas des rails de Laplace
- D.2** Exemple : l'alternateur



LES SAVOIRS ET LES SAVOIR-FAIRE

A Force de Laplace agissant sur un fil

CAPACITÉS EXIGIBLES

- ★ Différencier le champ magnétique extérieur subi du champ magnétique propre créé par le courant filiforme.
- ★ Établir et citer l'expression de la résultante des forces de Laplace dans le cas d'une barre conductrice placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire.
- ★ Exprimer la puissance des forces de Laplace.

A.1 Force élémentaire de Laplace

1. Donner l'expression de la force élémentaire de Laplace agissant sur un élément de fil de longueur $\delta\ell$ parcouru par un courant d'intensité i et plongée dans un champ $\vec{B}$.

A.2 Résultante s'exerçant sur un fil rectiligne

2. Dans le cas d'un champ uniforme et stationnaire, déterminer l'expression générale de la force de Laplace agissant sur un fil de longueur ℓ .

A.3 Expérience des rails de Laplace

3. Mise en mouvement de la tige conductrice : décrire l'expérience
4. Suivant le sens de branchement du générateur de tension et le sens de $\vec{B}$, prédire le sens d'action des forces de Laplace.

B Couple de Laplace agissant sur un moment magnétique

CAPACITÉS EXIGIBLES

Dans le cas d'une spire rectangulaire, parcourue par un courant, en rotation autour d'un axe de symétrie de la spire passant par les deux milieux de côtés opposés et placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire orthogonal à l'axe :

- ★ Établir et exploiter l'expression du moment du couple subi en fonction du champ magnétique extérieur et du moment magnétique.
- ★ Exprimer la puissance des actions mécaniques de Laplace.

B.1 Expression du couple

5. Dans le cas d'une spire rectangulaire, parcourue par un courant, en rotation autour d'un axe de symétrie de la spire passant par les deux milieux de côtés opposés et placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire orthogonal à l'axe, établir l'expression du moment du couple de Laplace en fonction du moment magnétique et du champ magnétique.
On admettra la généralisation du résultat obtenu.

B.2 Aspect énergétique

6. Exprimer la puissance du couple de Laplace, montrer qu'on peut attribuer au couple de Laplace une énergie potentielle et établir son expression.
7. En déduire les positions angulaires d'équilibre du moment magnétique soumis au couple de Laplace. Lesquelles sont stables ? instables ?

**B.3 Exemples**

8. **Action d'un champ magnétique sur une boussole** : établir l'équation différentielle du mouvement et la période des oscillations par deux méthodes différentes (TMC ou approche énergétique).
9. **Principe du moteur synchrone** : expliquer succinctement comment produire un champ magnétique tournant à l'aide de deux bobines et quel est l'effet produit sur un moment magnétique.

Dans la suite du cours, le champ magnétique extérieur est supposé uniforme et stationnaire.

C Conversion de puissance électrique → mécanique**CAPACITÉS EXIGIBLES**

- ★ Interpréter qualitativement les phénomènes observés.
- ★ Écrire les équations électrique et mécanique en précisant les conventions de signe.
- ★ Effectuer un bilan énergétique.
- ★ Analyser le fonctionnement du moteur à courant continu à entrefer plan en s'appuyant sur la configuration des rails de Laplace.
- ★ Citer des exemples d'utilisation du moteur à courant continu.

C.1 Cas des rails de Laplace

Rails de Laplace dans un plan horizontal alimenté par une source idéale de tension de f.e.m. E . Autoinduction négligée. Mouvement de la tige conductrice suivant $+\vec{u}_x$. Force résistante $-\Gamma_r \vec{u}_x$.

10. Établir les équations mécanique et électrique.
11. Qu'entend-t-on par *couplage électromécanique* dans l'étude de ce dispositif ?
12. Que dire de la puissance des forces de Laplace et de la puissance cédée par f.e.m. induite ?
13. Établir un bilan de puissance global. Montrer notamment que la puissance fournie par l'alimentation produit une variation d'énergie cinétique de la tige ainsi que d'autres termes de puissance à interpréter.

C.2 Exemple : le moteur à entrefer plan

Disque de moment d'inertie J sur lequel sont disposés N fils rectilignes partant du centre et rejoignant la périphérie du disque, chaque fil étant parcouru par un courant d'intensité i , grâce à une unique source idéale de tension de f.e.m. E . Le stator produit un champ magnétique $-B\vec{u}_z$ statique uniforme suivant l'axe Oz de rotation du rotor. On prend en compte un couple résistant de moment $-\Gamma_r$ constant par rapport Oz . Autoinduction négligée.

14. Exprimer le couple des forces de Laplace sous la forme $N\Phi_0 i$ en précisant l'expression de la constante Φ_0 .
15. Justifier que la force électromotrice induite pour chaque fil s'écrit $e = -\phi_0 \Omega$.
16. Établir les équations mécanique et électrique.
17. Établir un bilan de puissance global. Montrer notamment que la puissance fournie par l'alimentation produit une variation d'énergie cinétique du rotor ainsi que d'autres termes de puissance à interpréter.
18. Établir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par la vitesse angulaire $\Omega(t)$. Exprimer la vitesse angulaire limite atteinte Ω_ℓ en fonction de Γ_r et E ; commenter.

D Conversion de puissance mécanique → électrique**CAPACITÉS EXIGIBLES**

- ★ Interpréter qualitativement les phénomènes observés.
- ★ Écrire les équations électrique et mécanique en précisant les conventions de signe.
- ★ Effectuer un bilan énergétique.
- ★ Citer des applications dans le domaine de l'industrie ou de la vie courante.
- ★ Freinage par induction : expliquer l'origine des courants de Foucault et en citer des exemples d'utilisation.

**D.1 Cas des rails de Laplace**

Rails de Laplace dans un plan horizontal connecté à un dipôle D de tension u et d'intensité i en convention récepteur. Autoinduction négligée. Mouvement de la tige conductrice suivant $+\vec{u}_x$. Force opérateur $\vec{F}_{op} = F_{op}\vec{u}_x$ agissant de manière motrice. Pas de frottements.

19. Établir les équations mécanique et électrique.
20. Qu'entend-t-on par *couplage électromécanique* dans l'étude de ce dispositif?
21. Que dire de la puissance des forces de Laplace et de la puissance cédée par f.e.m. induite?
22. Établir un bilan de puissance global. Montrer notamment que la puissance mécanique fournie $\mathcal{P}(\vec{F}_{op})$ par l'opérateur extérieur produit de la puissance électrique reçue par le dipôle D , une variation d'énergie cinétique de la tige ainsi que de l'effet Joule.
23. Dans le cas où $F_{op} = 0$, expliquer le principe du freinage par induction.

D.2 Exemple : l'alternateur

N spires rectangulaires dans un même plan sur un rotor de moment d'inertie J et parcourues par un courant d'intensité i . Champ magnétique uniforme et statique orthogonal à l'axe de rotation Oz . Coefficient d'autoinduction L pris en compte. On tient compte d'un couple moteur Γ_{op} exercé par un opérateur extérieur et d'un couple de frottements $-k\Omega$.

24. Établir les équations mécanique et électrique.
25. Effectuer un bilan de puissance complet et commenter.

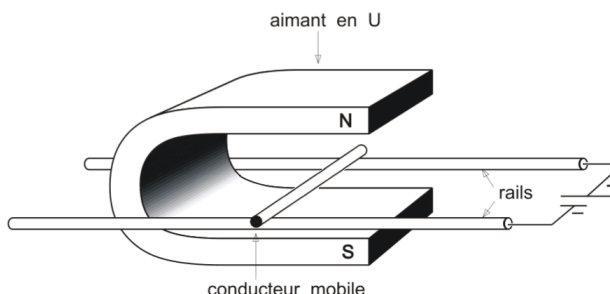
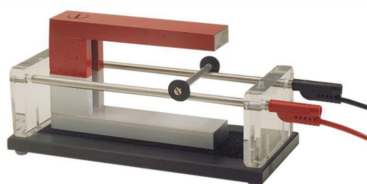


DOCUMENTS DE COURS

Document 1

Rails de Laplace

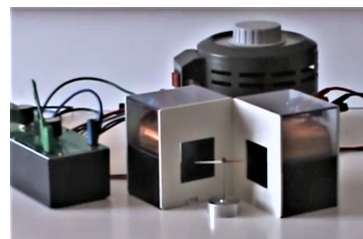
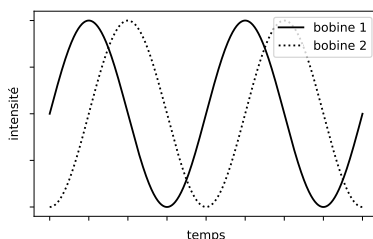
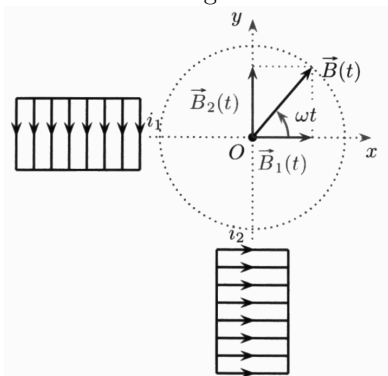
Deux rails sont traversés par du courant, le circuit étant fermé par une tige conductrice mobile. Suivant le sens du courant et le sens du champ magnétique dans l'entrefer de l'aimant en U, on peut voir la tige se mettre en mouvement suivant les rails dans un sens ou dans l'autre.



Document 2

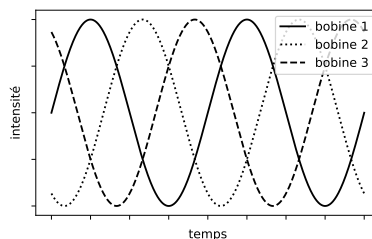
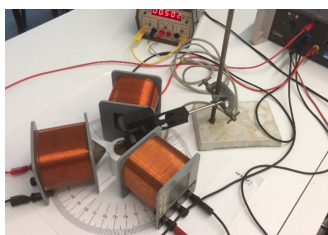
Principe du moteur synchrone

Avec deux bobines Deux bobines identiques d'axes orthogonaux entre eux et alimentées sinusoïdalement à la pulsation ω avec des courants déphasés de 90° entre elles (grâce à un condensateur mis en série avec une des bobines et de capacité adéquate). La superposition de $\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$ produit par superposition un champ résultant $\vec{B}$ tournant à vitesse angulaire ω à l'intersection de deux axes de chaque bobine.



Le moment magnétique $\vec{M}$ (celui d'une boussole par exemple) placé au centre se met en rotation à la **même vitesse angulaire** ω sous l'effet du couple $\vec{M} \wedge \vec{B}$ lui imposant de tendre à s'aligner suivant le champ magnétique. C'est pourquoi cela illustre le principe du moteur dit **synchrone**.

Avec trois bobines En pratique comme le réseau de distribution d'électricité peut fournir un système de courant triphasé, il est possible d'alimenter sinusoïdalement à la pulsation ω trois bobines identiques avec des courants déphasés deux à deux de 120° (décalage temporel d'un tiers de période). Les axes des bobines s'écartent de 120° deux à deux. On peut montrer que le champ magnétique résultant au centre du dispositif sera également tournant à la vitesse angulaire ω .



Applications Train, voiture électrique, machines industrielles (perceuse, fraiseuse, ...), ascenseur, ...

Document 3

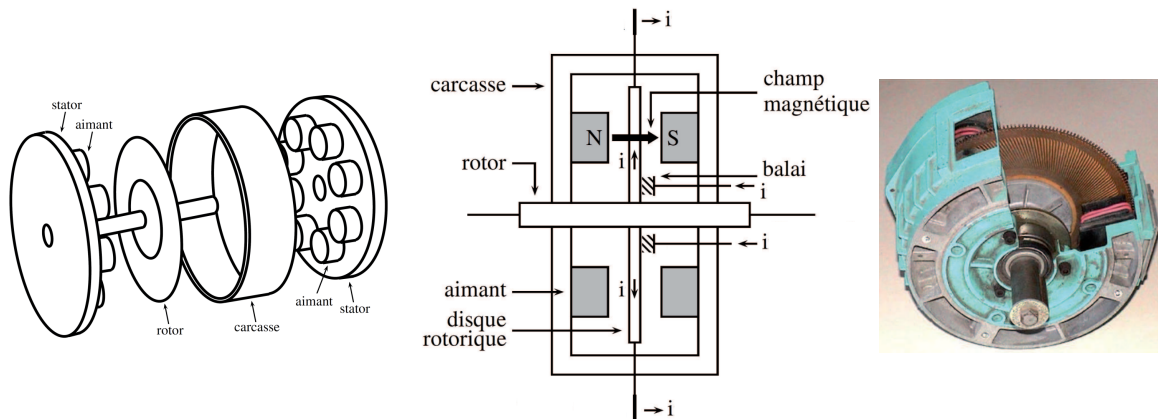
Moteurs à courant continu

► Un moteur à courant continu rudimentaire : le moteur à entrefer plan

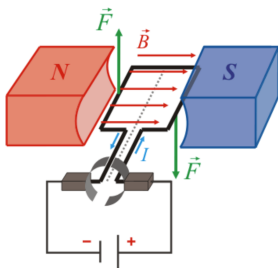
Stator : deux supports fixes circulaires sur lesquels sont montés des aimants permanents qui créent le champ magnétique uniforme et stationnaire.

Rotor : disque solidaire de l'axe de rotation et sur lequel sont imprimés de nombreux circuits électriques radiaux séparés par un isolant.

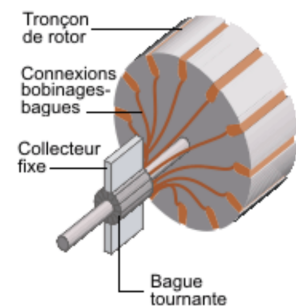
Des **balais** (contacts métalliques frottants) assurent le passage du courant.



► Structure d'un moteur à courant continu plus «conventionnel»



Un bobinage (*ci-contre à gauche*) constituant le rotor est traversé par un courant électrique. L'aimant du stator génère un couple de Laplace. Les collecteurs et la bague tournante permettent d'inverser le sens du courant à chaque demi-tour afin que le couple agisse toujours dans le même sens. En disposant différents bobinages sur le rotor (*ci-contre à droite*), on peut augmenter le couple moteur et mieux réguler la vitesse de rotation.



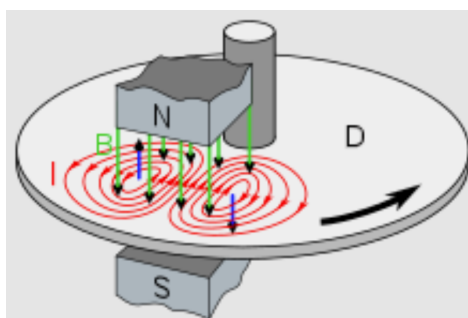
Applications aspirateur, bras robotiques, jouets/modélisme, perceuse-visseuse, sèche-cheveux, pompe à sang, respirateur artificiel, essie-glace, ventilateurs, ...

Document 4

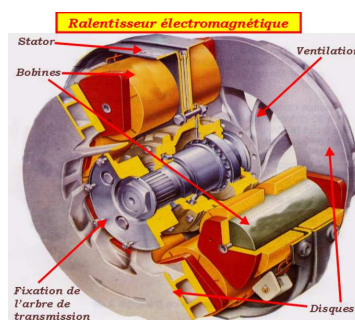
Freinage par courants Foucault

Les courants de Foucault sont des courants électriques répartis en volume dans une masse conductrice. Leur naissance est due soit à la variation au cours du temps d'un champ magnétique extérieur (*cas d'un transformateur par exemple : des courants de Foucault apparaissent dans le noyau ferromagnétique et produisent de l'effet Joule non désiré mais inéluctable*), soit au déplacement de cette masse dans un champ magnétique. C'est ce dernier cas de figure qui permet de concevoir des systèmes de **freinage par induction**.

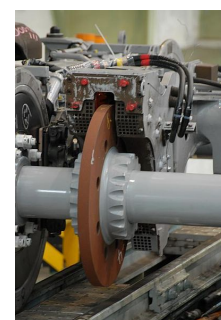
Courants de Foucault



Ralentisseur sur un camion



Ralentisseur sur un train



Document 5

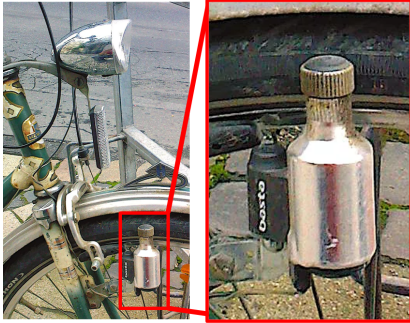
Principe de l'alternateur

Un alternateur permet de produire de l'électricité.

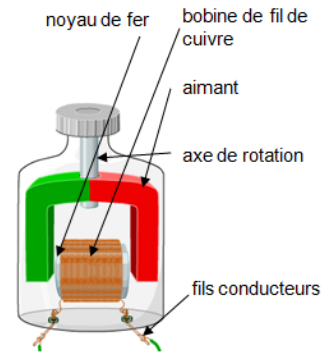
Dans certains cas, comme étudié en cours (spire rectangulaire tournant dans un champ magnétique uniforme et stationnaire), le rotor est un bobinage et le stator un aimant (ou électroaimant) fixe.

Mais dans la majorité des cas, le rotor est un aimant et le stator est constitué de bobinages comme ci-dessous.

Dynamo de vélo

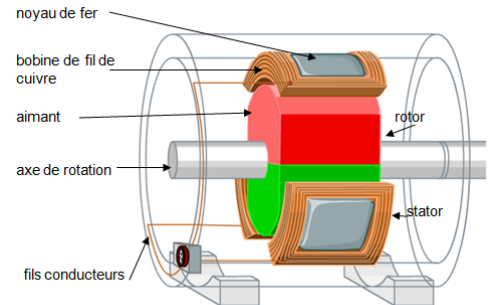


La rotation de la roue met en mouvement de rotation un aimant par l'intermédiaire du galet. Le noyau de fer permet de canaliser les lignes de champ de l'aimant à l'intérieur de la bobine. Celle-ci est alors soumise à un champ magnétique qui s'inverse périodiquement, d'où une force électromotrice induite périodique apparaissant à ses bornes permettant d'alimenter l'ampoule du vélo.

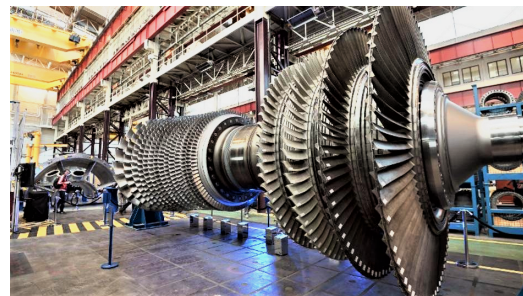
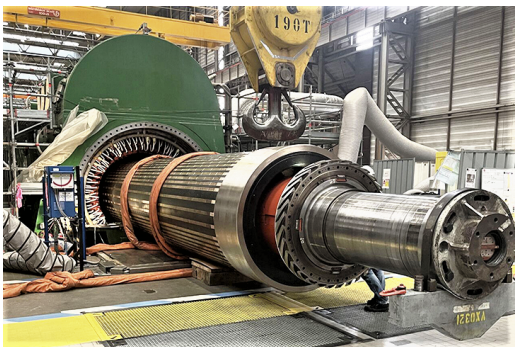


Alternateur triphasé

Un alternateur triphasé fonctionne sur le même principe que la dynamo d'une roue de vélo. Au lieu d'une seule bobine, trois sont employées, espacées angulairement de 120° entre elles. Cela permet de produire un système de courant triphasé (production de 3 intensités de même amplitude et déphasées entre elles de 120°) permettant de limiter les pertes par effet Joule lors du transport en ligne de l'électricité. Par ailleurs, les alternateurs triphasés ont un meilleur rendement que les alternateurs monophasés.



Comment faire tourner le rotor ? La turbine solidaire du rotor est entraînée par la vapeur d'eau produite par une centrale nucléaire, ou bien par l'ouverture des vannes dans un barrage hydraulique. Ci-dessous à droite, le rotor de l'alternateur d'une centrale nucléaire, et à gauche, la turbine qui lui est associée.



Dans le cas d'une éolienne, le vent entraîne les pales et met ainsi en rotation le rotor de l'alternateur.



EXERCICES

DIFFICULTÉ DE L'EXERCICE (ANALYSE, «TECHNICITÉ», ...)

DURÉE DE L'EXERCICE

COMPÉTENCES TRAVAILLÉES

Exercices

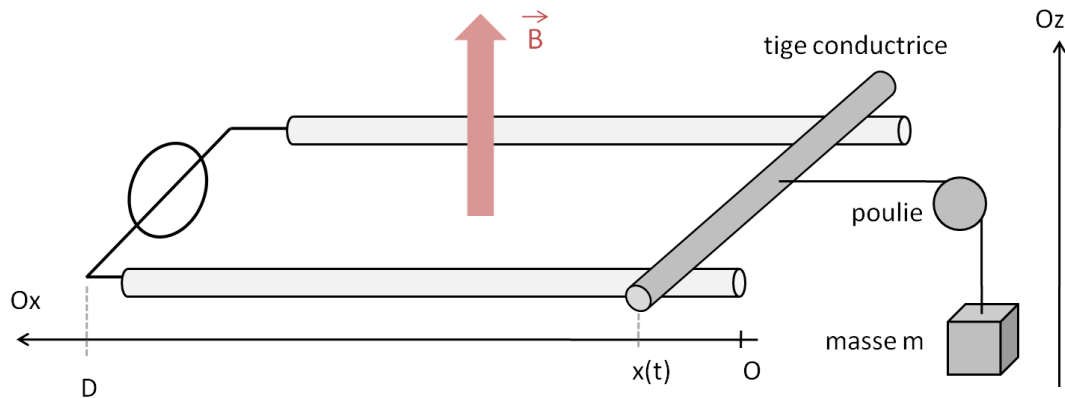
	1	2	3	4	5
Exprimer le flux d'un champ magnétique à travers un circuit	•	•	•		•
Déterminer le schéma équivalent d'un circuit grâce à la loi de Faraday	•	•	•	•	•
Exprimer la résultante des forces de Laplace agissant sur un fil	•		•		•
Exprimer le moment des forces de Laplace agissant sur un moment magnétique		•		•	
Établir un bilan de puissance grâce aux équations mécanique et électrique	•			•	•

Exercice 1

Soulèvement d'une masse grâce aux rails de Laplace



Un dispositif de rails de Laplace est alimenté par une source idéale de tension de f.e.m. $E > 0$. Le champ magnétique $\vec{B} = B\vec{u}_z$ est statique et uniforme. La longueur entre les rails est notée ℓ . La masse de la tige conductrice mobile est m_t . On souhaite mettre en mouvement celle-ci afin de soulever une masse m à l'aide d'un fil inextensible de masse négligeable passant par une poulie de masse négligeable et reliant la tige et la masse. On néglige tout frottements. On note $v(t) = \dot{z}(t)$ la vitesse verticale de la masse. Les rails et la tige sont électriquement modélisable par une unique résistance R . On néglige l'autoinduction.



1. Comment faut-il orienter E sur le schéma ? Quelle orientation de l'intensité i paraît la plus judicieuse ?
2. Montrer que v vérifie :

$$\tau \dot{v} + v = v_\ell$$

On exprimera les constantes τ et v_ℓ à l'aide des paramètres physiques du problème

3. Résoudre en considérant que la vitesse initiale est nulle.
4. Comment faut-il choisir E pour que le dispositif fonctionne ?
5. Réaliser un bilan de puissance global du dispositif. Montrer notamment que la puissance électrique fournie permet d'élever la masse.

Exercice 2

Couple et puissance utiles d'un moteur synchrone



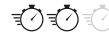
Le stator d'un moteur synchrone produit, à l'aide de bobinages, un champ magnétique de norme $B = 0,20 \text{ T}$ tournant à la vitesse angulaire Ω de 50 tours par seconde (correspondant à la fréquence d'alimentation du moteur). Cela permet de mettre en rotation le rotor de moment magnétique $\mathcal{M} = 8,0 \text{ A.m}^2$ (correspondant à aimant ou à un bobinage alimenté par courant grâce à un système de balais). On néglige les frottements mécaniques exercés sur le rotor. On note θ l'angle orienté de $\vec{\mathcal{M}}$ vers $\vec{B}$. Le rotor est soumis à un couple résistant constant $\vec{\Gamma}_r = -\Gamma_r \vec{u}_z$ où $\Gamma_r = 0,72 \text{ N.m}^{-1}$, l'axe Oz correspondant à l'axe de rotation et dont le sens direct correspond au sens de rotation.

1. Justifier que l'angle θ est constant et préciser son expression et sa valeur.
2. Quelle est la puissance mécanique **fournie** par le moteur ?
3. Quel est le couple maximal et la puissance maximale que peut fournir ce moteur ?

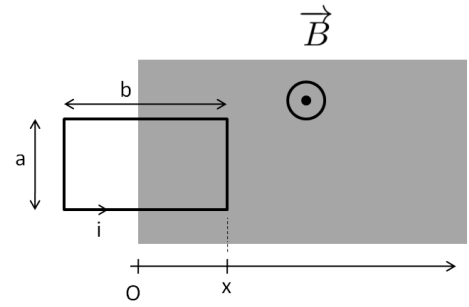


Exercice 3

Ralentisseur électromagnétique



On considère une spire conductrice rectangulaire mobile de côtés a et b , de masse m , de résistance R et d'inductance négligeable. Elle est en translation sans frottement suivant $+\vec{u}_x$ à la vitesse initiale $v_0\vec{u}_x$ dans un plan horizontal. À $t = 0$, on considère que $x = 0$. Par la suite, elle pénètre dans l'espace $x > 0$ où règne un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{u}_z$, uniforme et constant. On note R la résistance totale de la spire. On négligera tout phénomène d'auto-induction.



1. Pour $t > 0$, exprimer la force électromotrice e induite dans la spire en fonction de a , B et $v = \dot{x}$. En déduire l'intensité i dans la spire.
2. Exprimer la résultante des forces de Laplace exercées sur la spire en fonction de a , B , R et v .
3. En déduire l'équation différentielle vérifiée par $v(t)$. On définira un temps caractéristique τ .
4. Résoudre et en déduire $x(t)$.
5. À quel instant t_f le courant s'annule-t-il ? Quel est le mouvement ultérieur ? Représenter l'allure de $x(t)$ et $v(t)$.

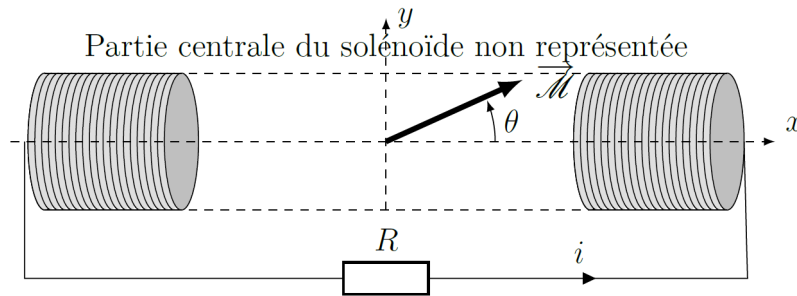
Exercice 4

Dynamo d'un cycliste



La dynamo d'un vélo est notamment constituée d'un aimant de moment magnétique $\vec{M}$, contenu dans le plan Oxy . Il tourne sans frottement autour d'un axe Oz à la vitesse angulaire constante Ω_0 . La position angulaire de $\vec{M}$ par rapport à Ox est $\theta(t) = \Omega_0 t$. On note J le moment d'inertie de l'aimant par rapport à l'axe Oz . En pédalant, le cycliste applique à l'aimant un couple de moment $\vec{\Gamma}_{op} = \Gamma_{op}\vec{u}_z$.

L'aimant et son axe de rotation sont placés dans un solénoïde d'axe Ox d'intensité $i(t)$, de résistance r , d'inductance propre L , et contenant n spires par unité de longueur. Le champ magnétique à l'intérieur du solénoïde est uniforme et s'écrit $\vec{B} = \mu_0 n i \vec{u}_x$ où $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$. Le solénoïde est connecté à une ampoule que l'on souhaite allumer, assimilable à une résistance R très supérieure à r .



1. À l'aide de la loi de Lenz, expliquer pourquoi le cycliste doit exercer un couple Γ_{op} .
2. L'aimant peut être assimilé à une spire fictive de moment magnétique $I\vec{S}$. Exprimer le flux $\Phi_{sol \rightarrow sp}$ du champ magnétique du solénoïde à travers la spire. En déduire le coefficient d'inductance mutuelle M entre les deux circuits ainsi que le flux $\Phi_{sp \rightarrow sol}$ produit par la spire à travers le solénoïde.
3. Montrer que $i(t)$ vérifie l'équation différentielle $\tau \frac{di}{dt} + i = I_0 \sin(\Omega_0 t)$. On exprimera τ et I_0 .
4. Résoudre.
5. Quelle doit-être l'expression de Γ_{op} ? Quelle en est la moyenne temporelle ?
On donne $\cos(\arctan(\alpha)) = \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}}$.
6. Effectuer un bilan de puissance global et commenter.

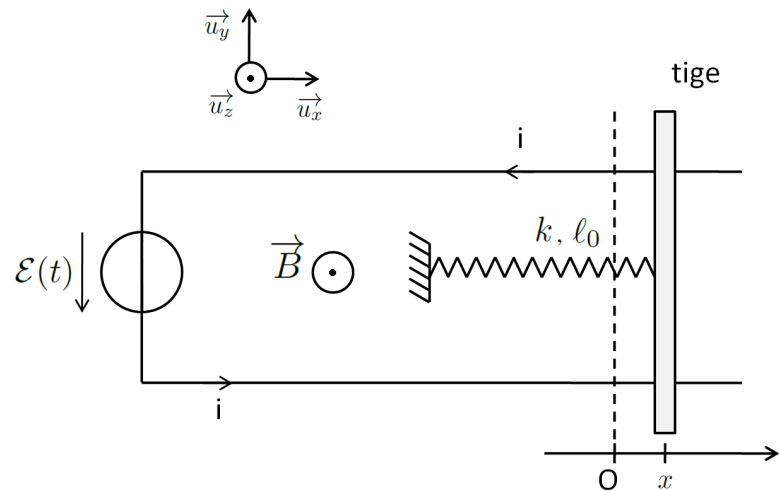
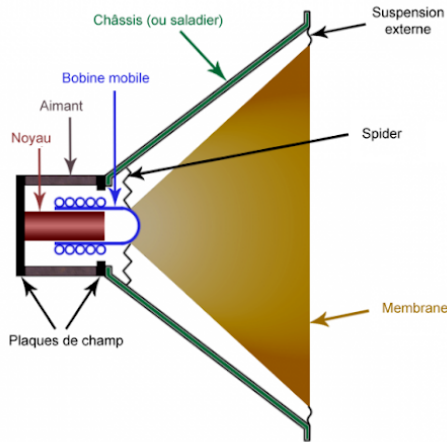


Exercice 5

Modélisation d'un haut-parleur



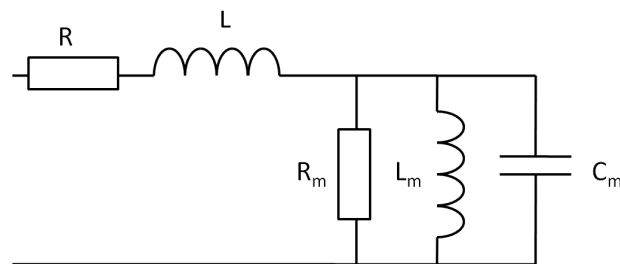
On s'intéresse au fonctionnement d'un haut-parleur. On admet qu'on peut le modéliser par un dispositif semblable à celui des rails de Laplace : les rails sont contenus dans un plan horizontal, l'ensemble baigne dans un champ magnétique uniforme vertical $\vec{B} = B\vec{u}_z$. La barre, de masse m et de longueur ℓ est la seule partie mobile. Elle est liée mécaniquement à un point fixe du référentiel par un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 .



On note a la longueur du rectangle formé par le circuit lorsque l'ensemble est à l'équilibre mécanique (ressort ni tendu, ni comprimé). On note x l'écart algébrique de la position de la barre par rapport à cet état d'équilibre.

En plus de la réaction normale, les rails exercent sur la barre une force de frottements fluides $\vec{f} = -\lambda\vec{v}$ (avec $\lambda > 0$), où $\vec{v}$ est la vitesse de la barre par rapport aux rails. La barre, en se déplaçant, entraîne avec elle une membrane (non représentée sur le schéma) qui émet des ondes sonores (ondes de compression et dilatation de l'air). De ce fait, la barre est également soumise à une force résistante supplémentaire que l'on modélise par $\vec{F}_{son} = -\alpha\vec{v}$, avec $\alpha > 0$. On note R et L la résistance totale et le coefficient d'auto-inductance du circuit. Enfin, le circuit est alimenté par un générateur de force électromotrice $\mathcal{E}(t) = U \cos(\omega t)$, où $U > 0$.

1. Établir l'équation électrique vérifiée par $i(t)$.
2. Établir l'équation mécanique vérifiée par la position $x(t)$ de la barre.
3. Établir un bilan de puissance du dispositif et commenter.
4. En régime sinusoïdal forcé et en utilisant les notations complexes, établir une relation de la forme $\underline{\mathcal{E}} = \underline{Z} \underline{i}$ où $\underline{Z}$ dépend des paramètres physiques du problème et de ω .
Que représente $\underline{Z}$?
5. En déduire que, du point de vue électrique, le haut-parleur est équivalent à l'association de dipôles suivante :



où R_m , L_m et C_m sont à déterminer. Pourquoi l'association en parallèle de R_m , L_m et C_m est-elle appelée impédance *motionnelle*?