1. On souhaite que le champ $\vec{E}$ soit orienté vers le bas donc il faut $V_B < V_A$ car $\vec{E}$ est orienté vers les potentiels décroissants.

Ainsi $\boxed{U = V_A - V_B > 0}$

On sait que $\|\vec{E}\| = \frac{|U|}{d}$ et $\vec{E} \,//\, (+\vec{u_z})$,

$$= \frac{U}{d}$$

d'où $\boxed{\vec{E} = \frac{U}{d}\vec{u_z}}$

2. (a) Supposons le référentiel du laboratoire galiléen et appliquons la loi de la quantité de mouvement à la gouttelette de masse m :

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{E} + m\vec{g} + \vec{\Pi}_A - \lambda\vec{v}$$

D'où

$$m\dot{v}\,\vec{u_z} = q\frac{U}{d}\vec{u_z} + mg\vec{u_z} - \Pi_A\vec{u_z} - \lambda v\,\vec{u_z}$$

en notant $\Pi_A = \|\vec{\Pi}_A\| = \rho_a \frac{4}{3}\pi R^3 g$.

En projetant suivant $\vec{u_z}$:

$$m\dot{v} + \lambda v = q\frac{U}{d} + mg - \Pi_A$$

Notons que $m = \rho\frac{4}{3}\pi R^3$.

Ainsi :

$$\boxed{\tau \dot{v} + v = v_\ell \quad \text{où} \quad \tau = \frac{m}{\lambda} \quad \text{et} \quad v_\ell = \frac{1}{\lambda}\left[q\frac{U}{d} + (\rho - \rho_a)\frac{4}{3}\pi R^3 g \right]}$$

(b) La solution est de la forme :

$$v(t) = A e^{-t/\tau} + v_{part}$$

où v_{part} est constant car le 2nd membre est constant.

v_{part} vérifie alors :

$$\tau \times 0 + v_{part} = v_\ell$$

$$v_{part} = v_\ell$$

De plus, $v(0) = v_0$

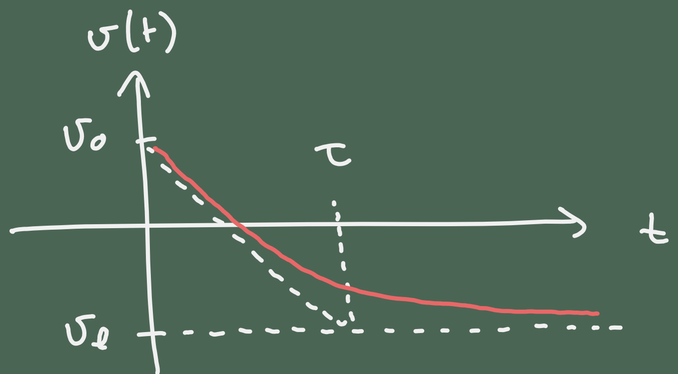
$$A e^0 + v_\ell = v_0$$

D'où $\quad A = v_0 - v_\ell$

Finalement : $\boxed{v(t) = (v_0 - v_\ell)e^{-t/\tau} + v_\ell}$

solution tendant vers v_ℓ, <u>vitesse limite</u>.

(c)



(d) $v \simeq v_e$ au bout d'une durée de :

$$5\tau = \frac{5m}{\lambda}$$

$$= \frac{5\rho\frac{4}{3}\pi R^3}{6\pi R\eta}$$

$$5\tau = \frac{20\rho R^2}{18\eta}$$

AN $5\tau \simeq 5{,}6.10^{-5}\,s = 56\,\mu s$

ce qui est très court pour l'expérimentateur observant la gouttelette au microscope, et donc non perceptible pour le cerveau.

3. Pour $U = 0$,

$$\boxed{v_1 = \frac{\rho-\rho_a}{\lambda}\,\frac{4}{3}\pi R^3 g}$$ d'après 2(a)

D'où $$R^3 = \frac{3\lambda v_1}{4\pi(\rho-\rho_a)g}$$

$$R^3 = \frac{3.6\pi R\eta v_1}{4\pi(\rho-\rho_a)g}$$

$$R^2 = \frac{18\eta v_1}{4(\rho-\rho_a)g}$$

$$\boxed{R = \sqrt{\frac{9\eta v_1}{2(\rho-\rho_a)g}}}$$

4. (a) On a
$$-v_2 = \frac{1}{\lambda}\left[\frac{qU}{d} + \underbrace{(\rho-\rho_a)\frac{4}{3}\pi R^3 g}_{=\lambda v_1 \text{ d'après 3.}}\right]$$

D'où :
$$-v_2 = \frac{qU}{\lambda d} + v_1$$

$$\frac{qU}{\lambda d} = -(v_1+v_2)$$

$$q = -\frac{\lambda d}{U}(v_1+v_2)$$

$$q = -\frac{6\pi\eta d}{U}\sqrt{\frac{9\eta v_1}{2(\rho-\rho_a)g}}\,(v_1+v_2)$$

$$\boxed{q = -\frac{18\pi d}{U}\sqrt{\frac{\eta^3 v_1}{2(\rho-\rho_a)g}}\,(v_1+v_2)}$$

(b) On a $v_1 = \frac{h}{\tau_1}$ et $v_2 = \frac{h}{\tau_2}$

D'où
$$\sqrt{v_1}\,(v_1+v_2) = \sqrt{\frac{h}{\tau_1}}\,h\left(\frac{1}{\tau_1}+\frac{1}{\tau_2}\right)$$
$$= \sqrt{\frac{h^3}{\tau_1}}\left(\frac{1}{\tau_1}+\frac{1}{\tau_2}\right)$$

Ainsi :
$$\boxed{q = -\frac{18\pi d}{U}\left(\frac{1}{\tau_1}+\frac{1}{\tau_2}\right)\sqrt{\frac{(\eta h)^3}{2(\rho-\rho_a)g\,\tau_1}}}$$

(c) Dans Regressi :

ρ ρ_a η τ_1

Paramètres | Tableau | Expressions | MathPlayer

Trier | Ajouter | Supprimer | Incertitude | Imprimer | Copier

Page n°	d	U	h	rho	rhoa	eta	tau1	g
1	0,0160	5085	0,01021	919,9	1,187	$1{,}830\cdot10^{-5}$	11,88	9,803

valeur de g pour Chicago, où Millikan mena son expérience

$\frac{1}{\tau_2}$ $|q|$ $\frac{|q|}{n}$

Paramètres | Tableau | Expressions | MathPlay

Trier | Ajouter | Sup. colonne | Sup. ligne | Inc

Ajouter page | Imprimer | Copier | Continuité | D

i	invtau2	n	absq	e
0	0,01236	18,00	$2{,}999\cdot10^{-18}$	$1{,}666\cdot10^{-19}$
1	0,04472	24,00	$4{,}004\cdot10^{-18}$	$1{,}668\cdot10^{-19}$
2	0,007192	17,00	$2{,}838\cdot10^{-18}$	$1{,}670\cdot10^{-19}$
3	0,01254	18,00	$3{,}005\cdot10^{-18}$	$1{,}669\cdot10^{-19}$
4	0,02872	21,00	$3{,}507\cdot10^{-18}$	$1{,}670\cdot10^{-19}$
5	0,03414	22,00	$3{,}676\cdot10^{-18}$	$1{,}671\cdot10^{-19}$
6	0,007268	17,00	$2{,}841\cdot10^{-18}$	$1{,}671\cdot10^{-19}$
7	0,02884	21,00	$3{,}511\cdot10^{-18}$	$1{,}672\cdot10^{-19}$
8	0,04507	24,00	$4{,}015\cdot10^{-18}$	$1{,}673\cdot10^{-19}$
9	0,0020	16,00	$2{,}677\cdot10^{-18}$	$1{,}673\cdot10^{-19}$
10	0,05079	25,00	$4{,}193\cdot10^{-18}$	$1{,}677\cdot10^{-19}$
11	0,01285	18,00	$3{,}014\cdot10^{-18}$	$1{,}675\cdot10^{-19}$
12	0,02364	20,00	$3{,}349\cdot10^{-18}$	$1{,}675\cdot10^{-19}$

Tableau | Expressions | MathPlayer

Mise à jour | Imprimer | Copier | Degré

```
absq=18*pi*d/U*(1/tau1+invtau2)*sqrt((eta*h)^3/(2*(rho-rhoa)*g*tau1))

e=absq/n
```

Rmq : on note une dérive de la valeur de e, sans doute à cause d'un problème de (légère) diminution de la tension U (voir indications en dessous du tableau de mesures de Millikan)

(d) Millikan confirma qu'il existait une charge élémentaire e et que toute charge est nécessairement un multiple entier de e :

$$|q| = n \cdot e \quad \text{où} \quad n \in \mathbb{N}$$

On note toutefois un écart avec la valeur attendue.

En effet, la valeur trouvée s'écarte d'environ 4% de la valeur reconnue aujourd'hui :

$$e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C}$$

Cela est due à une valeur erronée du paramètre η (c'était d'ailleurs le seul paramètre que Millikan n'avait pas mesuré lui-même).