Intérêt d'un volant d'inertie

1) On applique le TMC au solide tournant dans le référentiel terrestre supposé galiléen :

$$J\dot{\Omega} = \Gamma_0 - k\Omega$$

$$\frac{J}{k}\dot{\Omega} + \Omega = \frac{\Gamma_0}{k}$$

$$\boxed{\tau\dot{\Omega} + \Omega = \Omega_0 \quad \text{où} \quad \tau = \frac{J}{k} \quad \text{et} \quad \Omega_0 = \frac{\Gamma_0}{k}}$$

2) $\Omega(t)$ est de la forme :

$$\Omega(t) = \Omega_{HGN}(t) + \Omega_{part.}$$

constante car 2nd membre constant

$\Omega_{part.}$ vérifie :

$$\tau \times 0 + \Omega_{part} = \Omega_0 \quad \Rightarrow \quad \Omega_{part} = \Omega_0$$

D'où $\Omega(t) = Ae^{-t/\tau} + \Omega_0$

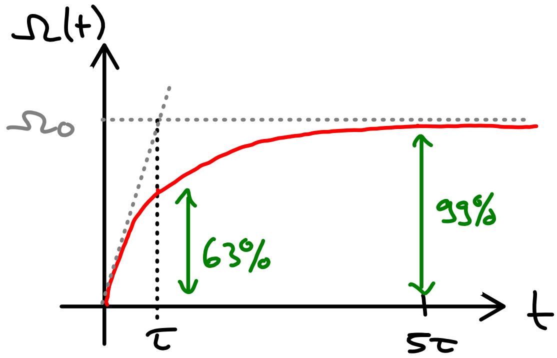
Or : $\Omega(0) = 0$

$$Ae^0 + \Omega_0 = 0$$

$$A = -\Omega_0$$

Finalement :

$$\boxed{\Omega(t) = \Omega_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$



3)

$$\underset{\text{(excitation)}}{\text{couple } \Gamma} \longrightarrow \boxed{\text{Machine}} \longrightarrow \underset{\text{(réponse)}}{\text{vitesse angulaire } \Omega}$$

Grâce à la décomposition en série de Fourier et au principe de superposition (permis grâce à la linéarité de l'équation différentielle), on peut étudier la réponse à une excitation quelconque en n'étudiant que les composantes sinusoïdales indépendamment les unes des autres.
(voir chapitre sur le <u>filtrage linéaire</u> ...)

4)

<u>En régime permanent</u>, on a :

$$\Gamma_0 \longrightarrow \boxed{\text{Machine}} \longrightarrow \Omega_0$$

$$\Gamma_p(t) \longrightarrow \boxed{\text{Machine}} \longrightarrow \Omega_p(t)$$

$\Gamma_p(t)$ sinusoïdal de fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi}$; $\Omega_p(t)$ sinusoïdal de même fréquence f → dû au RSF imposé par l'entrée

D'où, par superposition :

$$\Gamma_0 + \Gamma_p(t) \longrightarrow \boxed{\text{Machine}} \longrightarrow \Omega_0 + \Omega_p(t)$$

<u>Equation différentielle vérifiée par $\Omega_p(t)$</u> :

$$J\dot{\Omega}_p = \Gamma_p - k\,\Omega_p \qquad \text{d'après le TMC}$$

$$\boxed{\tau\dot{\Omega}_p + \Omega_p = \frac{\Gamma_p}{k}}$$

5) Notons $\begin{cases} \underline{\Omega_p} = \underline{\Omega_1}\, e^{j\omega t} \\ \underline{\Omega_1} = \Omega_1 e^{j\varphi} \end{cases}$ $\begin{cases} \underline{\Gamma_p} = \underline{\Gamma_1}\, e^{j\omega t} \\ \underline{\Gamma_1} = \Gamma_1 \end{cases}$ ← (pas de phase initiale pour $\Gamma_p(t)$ d'après l'énoncé ...)

de sorte que :

$$\tau \underline{\dot{\Omega}_p} + \underline{\Omega_p} = \frac{\underline{\Gamma_p}}{k}$$

$$j\omega\tau \underline{\Omega_p} + \underline{\Omega_p} = \frac{\underline{\Gamma_p}}{k}$$

$$\underline{\Omega_p}(1 + j\omega\tau) = \frac{\underline{\Gamma_p}}{k}$$

Simplifions par $e^{j\omega t}$:

$$\underline{\Omega_1}(1 + j\omega\tau) = \frac{\Gamma_1}{k}$$

$$\underline{\Omega_1} = \frac{\Gamma_1 / k}{1 + j\omega\tau}$$

Rmq : on reconnaît un caractère passe-bas ...

Ainsi : $\Omega_1 = |\underline{\Omega_1}|$

$$= \frac{\Gamma_1 / k}{|1 + j\omega\tau|}$$

$$\boxed{\Omega_1 = \frac{\Gamma_1 / k}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}} \quad \text{où} \quad \tau = \frac{J}{k}} = \frac{\Gamma_1}{\sqrt{k^2 + \omega^2 J^2}}$$

6) Les volants d'inertie permettent d'augmenter J et donc de faire diminuer l'amplitude Ω_1 de la perturbation $\Omega_p(t)$.
Ainsi : $\Omega(t) \simeq \Omega_0$ (ce qui est désiré)