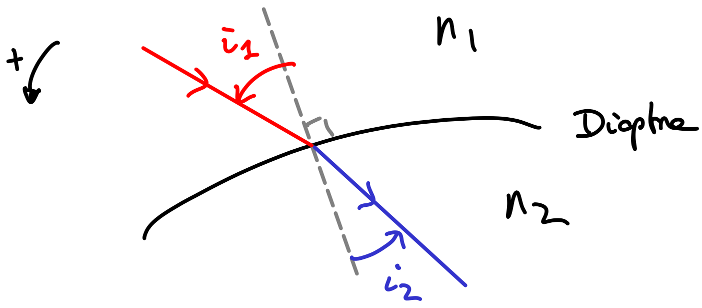
Démonstration n°1

Effectuons les démonstrations dans le cas $\begin{cases} i_1 > 0 \\ i_2 > 0 \end{cases}$:



□ Montrons que i_1 augmente $\Leftrightarrow$ i_2 augmente

i_1 augmente $\Leftrightarrow$ $\sin(i_1)$ augmente, car $x \rightarrow \sin(x)$ est croissante sur $[0, \frac{\pi}{2}]$

$\Leftrightarrow$ $n_1 \sin(i_1)$ augmente, car $n_1 > 0$

$\Leftrightarrow$ $n_2 \sin(i_2)$ augmente, car $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ d'après les lois de Snell-Descartes

$\Leftrightarrow$ $\sin(i_2)$ augmente, car $n_2 > 0$

$\Leftrightarrow$ i_2 augmente, car $x \rightarrow \sin(x)$ est croissante sur $[0, \frac{\pi}{2}]$

CQFD

□ Montrons par ailleurs : $n_2 \geq n_1 \iff i_2 \leq i_1$

$n_2 \geq n_1$

$\iff \dfrac{n_2}{n_1} \geq 1$, car $n_1 \geq 0$

$\iff \dfrac{\sin i_1}{\sin i_2} \geq 1$, car $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$

$\iff \dfrac{n_2}{n_1} = \dfrac{\sin i_1}{\sin i_2}$

$\iff \sin i_1 \geq \sin i_2$, car $\sin i_2 \geq 0$ (car $i_2 \in [0, \frac{\pi}{2}]$)

$\iff \boxed{i_1 \geq i_2}$, car $x \to \sin x$ est croissante sur $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

CQFD