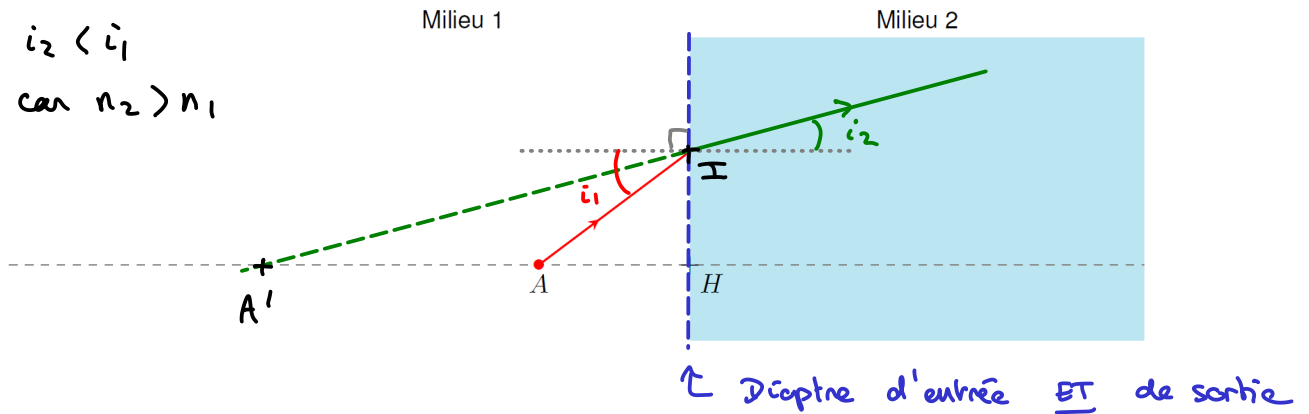


Stigmatisme approché pour un dioptre plan

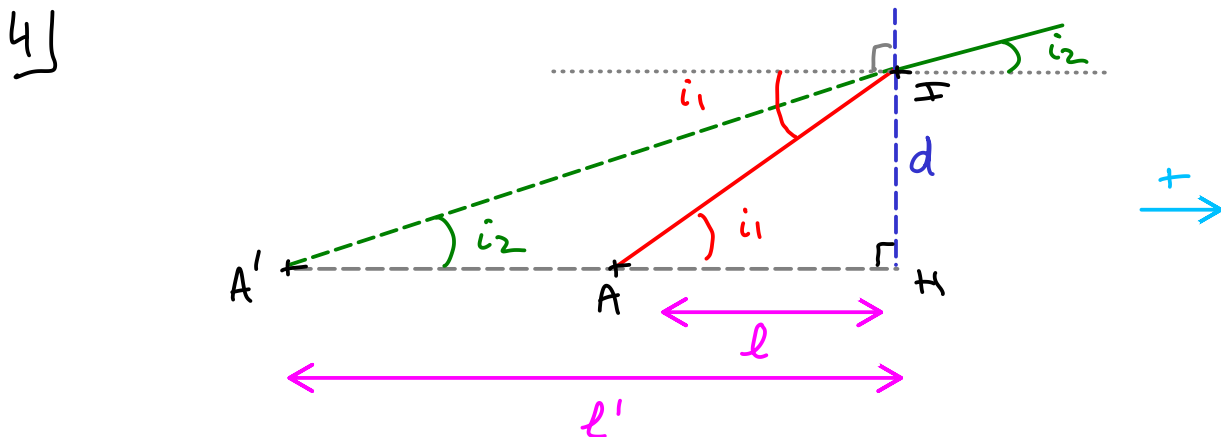
1] A est situé avant le dioptre d'entrée, il s'agit donc d'un point objet réel.

2] $i_2 < i_1$
car $n_2 > n_1$



3] Le problème étant invariant par rotation autour de l'axe (AH), A' serait nécessairement situé sur cet axe. A' serait donc à l'intersection entre l'axe et la droite support du rayon émergent déjà tracé.

A' est situé avant le dioptre de sortie donc A' est virtuel



On a :

$$\begin{cases} \tan(i_1) = \frac{d}{l} & (1) \\ \tan(i_2) = \frac{d}{l'} & (2) \end{cases}$$

Effectuons le rapport (1)/(2) membre à membre :

$$\frac{l'}{l} = \frac{\tan(i_1)}{\tan(i_2)}$$

D'où
$$l' = l \frac{\tan(i_1)}{\tan(i_2)}$$

5) La position de A' est donnée par la distance $l' = HA'$.
Si le système était stigmatique, tous les rayons émergents correspondant à différentes valeurs de i_1 devraient sembler provenir du même point A' .
Ainsi l' devrait être indépendant de i_1 , ce qui n'est pas le cas.

(En effet, avec $i_2 = \text{Arcsin}\left(\frac{n_1}{n_2} \sin i_1\right)$ (loi de la réfraction)
l'expression de l' devient :
$$l' = l \frac{\tan(i_1)}{\tan\left[\text{Arcsin}\left(\frac{n_1}{n_2} \sin i_1\right)\right]}$$
 qui est donc fonction de i_1 .)

Le dioptrique plan n'est donc pas stigmatique.

6) Dans les conditions de Gauss, $i_1 \ll 1$ donc
 $i_2 \ll$ également et ainsi $\begin{cases} \tan i_1 \simeq i_1 \simeq \sin i_1 \\ \tan i_2 \simeq i_2 \simeq \sin i_2 \end{cases}$

Alors
$$\frac{l'}{l} \simeq \frac{\sin i_1}{\sin i_2}$$

Or $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{n_2}{n_1}$

D'où
$$\frac{l'}{l} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{soit} \quad l' = \frac{n_2}{n_1} l \quad (*)$$

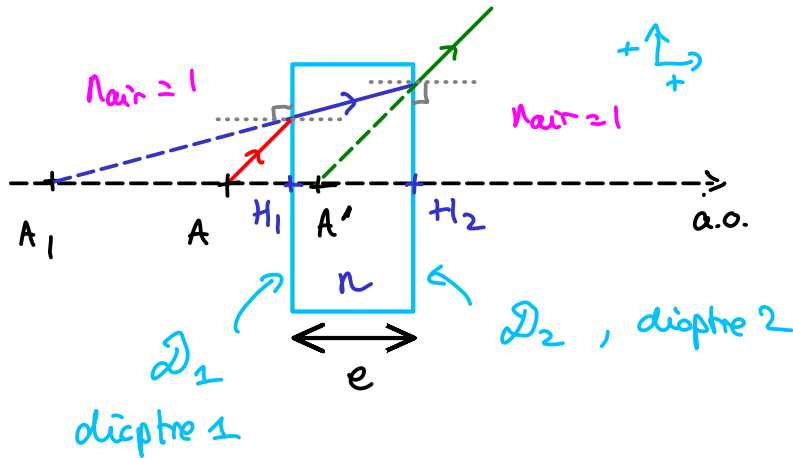
Le résultat est indépendant de i_1 . On peut ainsi atteindre un stigmatisme approché à condition que les rayons ne soient pas trop inclinés ($i_1 \ll 1$)

Avec $\begin{cases} \overline{HA'} = -l' \\ \overline{HA} = -l \end{cases}$, (*) devient $\overline{HA'} = \frac{n_2}{n_1} \overline{HA}$,

soit :

$$\boxed{\frac{n_1}{\overline{HA}} = \frac{n_2}{\overline{HA'}}$$

7]



Notons $A \xrightarrow{D_1} A_1 \xrightarrow{D_2} A'$

D'après 6] :

$$\begin{cases} \frac{n_{air}}{\overline{H_1 A}} = \frac{n}{\overline{H_1 A_1}} \\ \frac{n}{\overline{H_2 A_1}} = \frac{n_{air}}{\overline{H_2 A'}} \end{cases}$$

← pour la conjugaison $A \xrightarrow{D_1} A_1$

← pour la conjugaison $A_1 \xrightarrow{D_2} A_2$

On en déduit, avec $n_{air} = 1$:

$$\begin{cases} \overline{H_1 A} = \frac{1}{n} \overline{H_1 A_1} \\ \overline{H_2 A'} = \frac{1}{n} \overline{H_2 A_1} \end{cases} \quad (*)$$

Or : $\overline{AA'} = \overline{AH_1} + \overline{H_1 H_2} + \overline{H_2 A'}$

$$= -\overline{H_1 A} + e + \overline{H_2 A_1}$$

$$= e + \frac{1}{n} (\overline{H_2 A_1} - \overline{H_1 A_1}) \quad \text{d'après } (*)$$

$$= \overline{H_2 A_1} + \overline{A_1 H_1} = \overline{H_2 H_1} = -e$$

$$\boxed{\overline{AA'} = e \left(1 - \frac{1}{n}\right)}$$