

Effet d'une résistance chauffante

1) P_2 ? À l'équilibre mécanique du piston :

$$P_2 = P_1$$

$$P_2 = 2P_0$$

T_2 ? Par équilibre thermique avec le thermostat :

$$T_2 = T_0$$

V_2 ? D'après l'équation d'état du gaz parfait :

$$P_2 V_2 = n R T_2, \text{ à l'état final dans le compartiment B.}$$

$$2P_0 V_2 = n R T_0 \\ = P_0 V_0$$

$$\hookrightarrow P_0 V_0 = n R T_0 \\ \text{à l'état initial}$$

D'où

$$V_2 = \frac{V_0}{2}$$

2) D'après l'équation d'état du gaz parfait :

$$P_1 V_1 = n R T_1, \text{ où } V_1 \text{ est la valeur finale du compartiment A}$$

$$2P_0 (2V_0 - V_2) = n R T_1$$

$$2P_0 \frac{3V_0}{2} = n R T_1$$

$$3P_0 V_0 = n R T_1$$

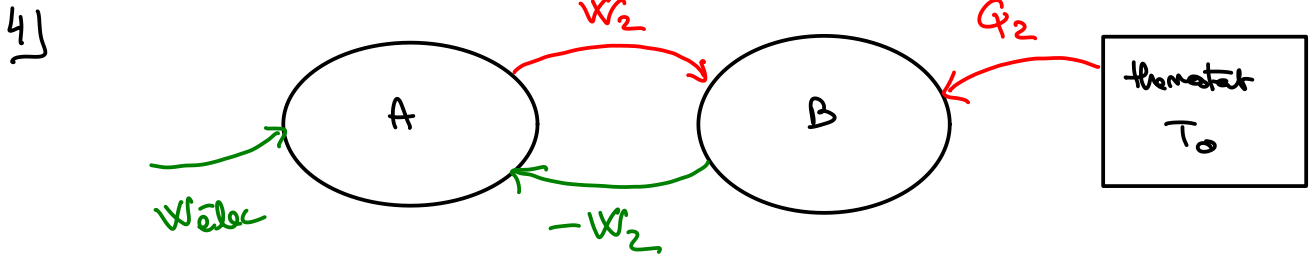
$$3n R T_0 = n R T_1$$

D'où

$$T_1 = 3T_0$$

3] Comme la transformation est lente, on peut supposer que l'équilibre thermique avec le thermostat est assuré en permanence.

Donc la transformation est isotherme pour le gaz du compartiment B.



W_2 ? Il s'agit du travail de la force de pression exercée par A sur B :

$$W_2 = \int_{V_0}^{V_0/2} -P_{ext} dV_B \quad (\text{avec } P_{ext} = P_A)$$

or $P_{ext} = P_B$ car la transformation est quasi-statique.

$$P_{ext} = \frac{nRT_B}{V_B} \quad \text{avec } T_B = T_0, \forall t.$$

$$\begin{aligned} \text{D'où : } W_2 &= -nRT_0 \int_{V_0}^{V_0/2} \frac{dV_B}{V_B} \\ &= -nRT_0 \left[\ln(V_B) \right]_{V_0}^{V_0/2} \\ &= -nRT_0 \ln\left(\frac{1}{2}\right) \\ &= nRT_0 \ln 2 \end{aligned}$$

$$W_2 = P_0 V_0 \ln 2$$

W_1 ?

$$W_1 = -W_2 + W_{\text{elec}}$$

$$\text{avec: } W_{\text{elec}} = \int_0^{\tau} RI^2 dt$$
$$= RI^2 \int_0^{\tau} dt$$

$$W_{\text{elec}} = RI^2 \tau$$

Donc $W_1 = -P_0 V_0 \ln 2 + RI^2 \tau$

§) Appliquons le premier principe au compartiment A :

$$\Delta U_A = W_1$$

$$\Delta U_{\text{résistance}} + \Delta U_{\text{gaz A}} = W_1$$

$$C_{\text{rés.}} \Delta T_{\text{rés.}} + C_{V A} \Delta T_A = W_1$$

négligeable

$$\frac{nR}{\gamma-1} (3T_0 - T_0) = W_1$$

$$\frac{2nRT_0}{\gamma-1} = -P_0 V_0 \ln 2 + RI^2 \tau$$

$$RI^2 \tau = P_0 V_0 \left(\frac{2}{\gamma-1} + \ln 2 \right)$$

$$\tau = \frac{P_0 V_0}{RI^2} \left(\frac{2}{\gamma-1} + \ln 2 \right)$$

AN: $\tau = 570 \text{ s}$ avec $\gamma = 1,4$
(gaz parfait diatomique)