

Décomposition du contact thermique

1) D'après le second principe appliqué à l'eau :

$$\Delta S = \mathcal{S}_e + \mathcal{S}_c \quad (\Rightarrow) \quad \boxed{\mathcal{S}_c = \Delta S - \mathcal{S}_e}$$

$$\text{ou} \quad \boxed{\Delta S = m_{\text{eau}} \ln\left(\frac{T_f}{T_0}\right)}$$

$$\text{et} \quad \boxed{\mathcal{S}_e = \frac{Q}{T_{\text{thermostat}}}}$$

$$\text{avec } T_{\text{thermostat}} = T_f$$

(par équilibre thermique, le thermostat impose sa température à l'état d'équilibre final)

Par ailleurs, Q peut être déterminé à l'aide du premier principe :

$$\begin{aligned} \Delta U &= W + Q \\ m_{\text{eau}} \Delta T &= 0 + Q \end{aligned}$$

(aucun travail reçu, les travaux des forces de pression sont nul car transformation isochore)

$$\text{D'où} \quad \boxed{\mathcal{S}_c = m_{\text{eau}} \left[\ln \frac{T_f}{T_0} - \frac{T_f - T_0}{T_f} \right]}$$

$$\text{AN: } \mathcal{S}_c = 1,0 \times 4,18 \cdot 10^3 \times \left[\ln\left(\frac{273+20}{273}\right) - \frac{273+20-273}{273+20} \right]$$

$$\underline{\mathcal{S}_c = 10 \text{ J.K}^{-1}}$$

On constate que $\mathcal{S}_c > 0$. En effet, la transformation est irréversible (mise en contact thermique de deux corps de températures différentes)

2] En s'inspirant de ce qui précède, l'entropie créée lors de la première étape s'écrit :

$$\boxed{S_{c1} = m c_e \left[\ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right) - \frac{T_1 - T_0}{T_1} \right]}$$

De même pour la 2^{ème} étape :

$$\boxed{S_{c2} = m c_e \left[\ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - \frac{T_2 - T_1}{T_2} \right]}$$

D'où l'entropie totale créée $S_c = S_{c1} + S_{c2}$:

$$\boxed{S_c = m c_e \left[\ln \left(\frac{T_2}{T_0} \right) - \frac{T_2 - T_1}{T_2} - \frac{T_1 - T_0}{T_1} \right]}$$

AN: $\underline{S_c = 5,2 \text{ J.K}^{-1}}$

l'entropie créée a diminué par rapport à l'usage d'un seul thermostat. Cela est due à des déséquilibres thermiques moins prononcés.

3] Pour l'étape k , d'après ce qui précède :

$$\begin{aligned} S_{c,k} &= m c_e \left[\ln \left(\frac{T_k}{T_{k-1}} \right) - \frac{T_k - T_{k-1}}{T_k} \right] \\ &= m c_e \left[\ln \left(\frac{T_{k-1} + \Delta T}{T_{k-1}} \right) - \frac{\Delta T \times \frac{1}{T_{k-1}}}{(T_{k-1} + \Delta T) \times \frac{1}{T_{k-1}}} \right] \\ &= m c_e \left[\ln (1 + \epsilon_k) - \frac{\epsilon_k}{1 + \epsilon_k} \right] \end{aligned}$$

Dans la limite $N \rightarrow \infty$, $|\epsilon_k| \ll 1$. D'où :

$$\ln(1 + \epsilon_k) \simeq \epsilon_k - \frac{\epsilon_k^2}{2} \quad \text{et} \quad (1 + \epsilon_k)^{-1} \simeq 1 - \epsilon_k$$

Ainsi:

$$J_{c,k} \approx m_{se} \left[\varepsilon_k - \frac{\varepsilon_k^2}{2} - \varepsilon_k (1 - \varepsilon_k) \right]$$

$$J_{c,k} \approx m_{se} \frac{\varepsilon_k^2}{2}$$

Ainsi: $J_c = \sum_{k=1}^N J_{c,k}$

$$J_c \approx \frac{m_{se}}{2} \sum_{k=1}^N \varepsilon_k^2$$

Or $\varepsilon_k = \frac{\Delta T}{T_{k-1}} \leq \frac{\Delta T}{T_0}$ car $T_0 \leq T_{k-1}$

D'où $J_c \leq \frac{m_{se}}{2} \sum_{k=1}^N \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^2$

$\Rightarrow J_c \leq \frac{m_{se}}{2} N \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^2$ avec $\Delta T = \frac{T_f - T_0}{N}$

$\Rightarrow J_c \leq \frac{m_{se}}{2N} \left(\frac{T_f - T_0}{T_0} \right)^2$

Or $J_c \geq 0$ et $\frac{m_{se}}{2N} \left(\frac{T_f - T_0}{T_0} \right)^2 \xrightarrow{N \rightarrow \infty} 0$

Donc $J_c \xrightarrow{N \rightarrow \infty} 0$

Utiliser une infinité de thermostats pour passer progressivement
rend le réchauffement de l'eau réversible.

En effet, l'eau passe ainsi par une succession d'états
d'équilibre infiniment proches.