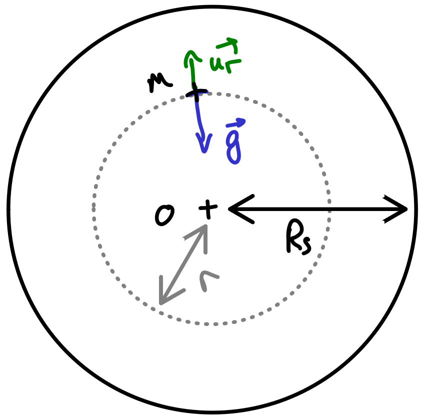
# Pression et température au centre du soleil




D'après l'équation locale de la statique des fluides :

$$\overrightarrow{\text{grad}}(P) = \rho_0 \vec{g}$$

$$\frac{dP}{dr}\vec{u_r} = -\rho_0 \frac{G\mathcal{M}(r)}{r^2}\vec{u_r}$$

Or $\mathcal{M}(r) = \rho_0 \frac{4}{3}\pi r^3$

D'où après projection suivant $\vec{u_r}$ :

$$\boxed{\frac{dP}{dr} = -\frac{4}{3}\pi G \rho_0^2 r}$$

Intégrons entre 0 et $R_s$ :

$$P(R_s) - P(0) = -\frac{4}{3}\pi G \rho_0^2 \left[\frac{1}{2}r^2\right]_0^{R_s}$$

Or $P(R_s) = 0$ (pression du vide)

D'où $\boxed{P(0) = \frac{2}{3}\pi G \rho_0^2 R_s^2}$

Par ailleurs : $\rho_0 = \dfrac{M_s}{\frac{4}{3}\pi R_s^3} = 1{,}4 \cdot 10^3$

Donc $P(0) = \frac{2}{3}\pi G \dfrac{9 M_s^2}{16\pi^2 R_s^6} R_s^2$

$$\boxed{P(0) = \frac{3}{8\pi}\frac{G M_s^2}{R_s^4}}$$

AN : $$P(0) = \frac{3}{8\pi}\frac{6{,}67.10^{-11} \times (2{,}0.10^{30})^2}{(7{,}0.10^8)^2}$$

$$= 1{,}3 \,.\, 10^{14} \text{ Pa}$$

$$P(0) = 1{,}3 \text{ Gbar}$$

## Comment déterminer $T(0)$ ?

Pour un volume $\delta V$ au centre de l'étoile :

$$P(0)\,\delta V = \delta n\, R\, T(0)$$

$$= \frac{\delta m}{M} R\, T(0)$$

$$P(0)\,\delta V = \frac{\rho_0\, \delta V}{M} R\, T(0)$$

D'où $$T(0) = \frac{P(0)\, M}{\rho_0\, R}$$ $P(0) = \frac{2}{3}\pi G \rho_0^2 R_s^2$

$$= \frac{2}{3}\pi G \rho_0 M \frac{R_s^2}{R}$$ $\rho_0 = \frac{M_s}{\frac{4}{3}\pi R_s^3}$

$$\boxed{T(0) = \frac{G M M_s}{2 R R_s}}$$

AN : $$T(0) = \frac{6{,}67.10^{-11} \times 1{,}0.10^{-3} \times 2{,}0.10^{30}}{2 \times 8{,}314 \times 7{,}0.10^8}$$

$$T(0) = 1{,}1.10^{7} \text{ K}$$

Rmq : des modèles plus précis donne $T(0) = 1{,}5.10^7$ K ...